

«Мир информатики»

Журнал для тех, у кого информатика – любимый школьный предмет

Выпуск № 77, апрель 2023 г.

ЕГЭ

Выполняем задание 8 ЕГЭ по информатике в среде электронной таблицы. Часть 2 «Задания с числами»

Д.М. Златопольский

В демонстрационных вариантах ЕГЭ по информатике ряда последних лет [1–2] и в других материалах, связанных с экзаменом (например, в [3]), представлены задания 8, в которых речь идёт об определении количества вариантов слов и чисел, удовлетворяющих некоторому условию. Такие задания могут быть выполнены различными методами – теоретически путём рассуждений и использования формул комбинаторики и с помощью разных вариантов компьютерных программ на языках Python и C++ [3].

Для выполнения ряда заданий 8 подобного типа можно также использовать электронную таблицу Microsoft Excel или другую аналогичную программу. В предыдущем выпуске интернет-журнала «Мир информатики» была опубликована статья автора «Выполняем задание 8 ЕГЭ по информатике в среде электронной таблицы», в которой описана соответствующая методика применительно к определению количества слов.

В данной статье описана методика выполнения ряда примеров таких заданий применительно к определению количества чисел (десятичных и недесятичных).

Прежде чем обсуждать примеры заданий, напомним некоторые полезные формулы.

Если на первом месте некоторого набора могут размещаться n объектов, на втором – $n - 1$ объектов, на третьем – $n - 2$, ... и на последнем, k -м, месте можно разместить поставить любой из остальных $n - k + 1$ объектов, то общее количество вариантов размещения всех объектов, равно $n \times (n - 1) \times \dots \times (n - k + 1)$. Например, четыре человека можно разместить на двух стульях $4 \times 3 = 12$ способами (на первом стуле может находиться любой из четырёх человек, с каждым из них – любой из остальных трёх людей).

Если $k = n$, то все варианты размещения называют «перестановками из n элементов». Их общее количество равно $n \times (n - 1) \times \dots \times 1$. Например, из трёх элементов a, b, c можно образовать $3 \times 2 \times 1 = 6$ различных перестановок: abc, acb, bac, bca, cab и cba .

Если на первом месте могут размещаться n_1 объектов, на втором – n_2 , ..., на k -м – n_k , то общее количество вариантов размещения всех объектов, равно $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$. Например, если первой цифрой некоторого трёхзначного числа могут быть цифры 2, 7, 9, второй – 0, 2, третьей – 5 и 7, то возможны 12 вариантов такого числа:

1. 205
2. 207
3. 225

4. 227
5. 705
6. 707
7. 725
8. 727
9. 905
10. 907
11. 925
12. 927

Рекомендуем также ознакомиться со статьёй, указанной в преамбуле к данной статье.

Итак, примеры заданий и их решение.

Пример 1

Условие

Сколько существует шестизначных десятичных чисел с первой цифрой 7, в записи которых нет цифр 3, 4 и 5?

Решение

Решение показано на фрагменте листа электронной таблицы:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	7	7	7	7	7	16807	=ПРОИЗВЕД(A1:F1)

Комментарии

- В ячейке A1 записано количество вариантов цифр, который могут быть первой (в данном случае – 1), в ячейках диапазона B1:F1 – количество вариантов цифр десятков, сотен, ...
- В ячейке H1 приведена формула, по которой проводился расчёт в ячейке G1 (см. преамбулу к статье).

Ответ: 16807.

Пример 2

Сколько существует семизначных десятичных чисел с единственной цифрой 5, рядом с которой не записаны цифры 4 и 6?

Решение

В данном случае нам понадобится диапазон ячеек из семи строк и семи столбцов:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

В каждой ячейке одной строки будем записывать количество цифр, которые могут быть записаны в том или ином разряде (в столбце A – первая цифра и т. д.).

По условию цифра 5 может быть записана только один раз в любом месте. Отметим эти места, записав в соответствующих ячейках количество вариантов, равное 1:

	A	B	C	D	E	F	G
1	1						
2		1					
3			1				
4				1			
5					1		
6						1	
7							1

Рядом с цифрой 5 могут быть представлены остальные цифры, кроме самой цифры 5 (по условию она – единственная), цифр 4 и 6 и при этом первая цифра числа не может быть равной нулю. Это значит, что можно дополнить таблицу¹:

	A	B	C	D	E	F	G
1	1	7					
2	6	1	7				
3		7	1	7			
4			7	1	7		
5				7	1	7	
6					7	1	7
7						7	1

Далее. В остальных вариантах записи цифры 5 первой цифрой может быть любая, кроме 0 и 5 (то есть одна из восьми цифр):

	A	B	C	D	E	F	G
1	1	7					
2	6	1	7				
3	8	7	1	7			
4	8		7	1	7		
5	8			7	1	7	
6	8				7	1	7
7	8					7	1

В остальных разрядах может быть представлена любая десятичная цифра, кроме 5:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	7	9	9	9	9	9	413343	=ПРОИЗВЕД(A1:G1)
2	6	1	7	9	9	9	9	275562	
3	8	7	1	7	9	9	9	285768	
4	8	9	7	1	7	9	9	285768	
5	8	9	9	7	1	7	9	285768	
6	8	9	9	9	7	1	7	285768	
7	8	9	9	9	9	7	1	367416	
8								2199393	=СУММ(H1:H7) ²

Ответ: 2 199 393.

¹ Обратите внимание на число 6 в столбце А.

² Удобно для расчёта использовать так называемую «автосумму» – кнопку $\Sigma \downarrow$.

Пример 3

Условие

Сколько существует пятизначных десятичных чисел, которые содержат ровно две цифры 7?

Решение

В пятизначном числе существуют 10 различных вариантов размещения ровно двух цифр 7 (это число сочетаний из 10 по 2). Отметим эти варианты³ в таблице:

	A	B	C	D	E
1	1	1			
2	1		1		
3	1			1	
4	1				1
5		1	1		
6		1		1	
7		1			1
8			1	1	
9			1		1
10				1	1

В остальных ячейках можно записать количество различных цифр, которые могут быть представлены на соответствующих местах, – 9 или 8 (для первой цифры числа).

	A	B	C	D	E	F
1	1	1	9	9	9	729
2	1	9	1	9	9	729
3	1	9	9	1	9	729
4	1	9	9	9	1	729
5	8	1	1	9	9	648
6	8	1	9	1	9	648
7	8	1	9	9	1	648
8	8	9	1	1	9	648
9	8	9	1	9	1	648
10	8	9	9	1	1	648
11						6804

Ответ: 6804.

Пример 4

Условие

Сколько существует трёхзначных десятичных чисел, в которых цифра 3 используется хотя бы один раз?

³ Обратите внимание на порядок записи вариантов.

Решение

В трёхзначном числе существуют 7 вариантов размещения одной, двух или трёх цифр
5. Отметим эти варианты⁴ в таблице:

	A	B	C
1	1		
2		1	
3			1
4	1	1	
5	1		1
6		1	1
7	1	1	1

Дальнейшие рассуждения аналогичны сделанным применительно к предыдущему заданию:

	A	B	C	D
1	1	9	9	81
2	8	1	9	72
3	8	9	1	72
4	1	1	9	9
5	1	9	1	9
6	8	1	1	8
7	1	1	1	1
8				252

Ответ: 252.

Пример 5

Условие

Сколько существует пятизначных десятичных чисел, в которых все цифры различные?

Решение

Первой цифрой может быть одна из цифр 1, 2, ..., 9, второй – любая из девяти остальных (в том числе 0).

	A	B	C	D	E	F
1	9	9				

Какой может быть третья цифра? Так как две цифры уже «использованы», то в разряде сотен может быть записана одна из восьми оставшихся цифр. Далее рассуждения аналогичны. Все решение:

	A	B	C	D	E	F
1	9	9	8	7	6	41472

Ответ: 41472.

⁴ Также обратите внимание на порядок записи вариантов.

Пример 6

Условие

Сколько существует семизначных десятичных чисел, которые начинаются с чётной цифрой и в которых нет двух рядом расположенных чётных цифр и двух рядом расположенных нечётных цифр?

Решение

Здесь для расчетов достаточно использовать одну строку листа электронной таблицы:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	4	5	5	5	5	5	5	62500

Ответ: 62 500.

Пример 7

Условие

Сколько существует шестизначных десятичных чисел, в которых все цифры различные и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом?

Решение

На первом месте может быть записана одна из цифр 1, 2, ..., 9. В первых пяти строках будем рассматривать варианты с нечетными цифрами, в следующих четырех – с чётными (см. столбец I):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1								1
2	1								3
3	1								5
4	1								7
5	1								9
6	1								2
7	1								4
8	1								6
9	1								8

На втором месте рядом с нечётными цифрами может быть записана одна из пяти чётных цифр и, наоборот:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	5							1
2	1	5							3
3	1	5							5
4	1	5							7
5	1	5							9
6	1	5							2
7	1	5							4
8	1	5							6
9	1	5							8

На третьем месте рядом с чётными цифрами в столбце B может быть записана одна из четырёх нечётных цифр (какая-то одна нечётная уже «использована» на первом месте) и, наоборот:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	5	4						1
2	1	5	4						3
3	1	5	4						5
4	1	5	4						7
5	1	5	4						9
6	1	5	4						2
7	1	5	4						4
8	1	5	4						6
9	1	5	4						8

На четвертом месте (в столбце D) рядом с нечётными цифрами в столбце C может быть записана одна из четырёх чётных цифр (какая-то одна чётная уже «использована» на втором месте) и, наоборот:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	5	4	4					1
2	1	5	4	4					3
3	1	5	4	4					5
4	1	5	4	4					7
5	1	5	4	4					9
6	1	5	4	4					2
7	1	5	4	4					4
8	1	5	4	4					6
9	1	5	4	4					8

Аналогичными рассуждениями можно получить значения для пятой и шестой цифр:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	5	4	4	3	3			1
2	1	5	4	4	3	3			3
3	1	5	4	4	3	3			5
4	1	5	4	4	3	3			7
5	1	5	4	4	3	3			9
6	1	5	4	4	3	3			2
7	1	5	4	4	3	3			4
8	1	5	4	4	3	3			6
9	1	5	4	4	3	3			8

В каждой строке количество возможных вариантов, рассчитанное по формуле с функцией ПРОИЗВЕД, будет равно 720, а общее искоемое шестизначных десятичных чисел – 6480.

Ответ: 6480.

Комментарий

Конечно, можно было не рассматривать 9 вариантов значений первой цифры, а рассуждать «в общем виде» следующим образом.

Первой цифрой числа может быть одна из цифр 1, 2, ..., 9 (9 вариантов).

Второй может быть любая цифра, так сказать, «противоположной чётности». Таких цифр для любой первой цифры – 5. В результате во всех случаях уже «использована» одна чётная и одна нечётная цифра. Значит, в третьем и четвёртом разряде (при счёте слева) могут

быть записаны по 4 варианта цифр той или иной чётности. Для остальных разрядов рассуждения аналогичные.

Пример 8

Условие

Степан составляет пятизначные десятичные числа, в которых все цифры различные и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом? Сколько чисел может составить Степан?

Решение

Учитывая рассуждения, сделанные при выполнении предыдущего задания, для расчётов достаточно использовать одну строку листа электронной таблицы:

	A	B	C	D	E	F
1	9	5	4	4	3	2160

Ответ: 2160.

В рассмотренных примерах речь шла о десятичных числах. Аналогичные задачи могут быть предложены и применительно к использованию недесятичных систем счисления. В качестве примера приведём задание 8 из демонстрационного варианта ЕГЭ по информатике 2023 года [2].

Условие

Определите количество пятизначных чисел, записанных в восьмеричной системе счисления, в записи которых только одна цифра 6, при этом никакая нечётная цифра не стоит рядом с цифрой 6.

Решение

Прежде всего, обратим внимание то, что речь не идёт об определении количества десятичных чисел, которые в восьмеричной системе счисления обладают указанными свойствами. Имеется в виду – анализ только восьмеричных чисел.

Напомним также, что в восьмеричной системе счисления имеются четыре чётные и четыре нечётные цифры.

Приведём решение в виде фрагмента листа электронной таблицы:

	A	B	C	D	E	F
1	1	3	7	7	7	1029
2	2	1	3	7	7	294
3	6	3	1	3	7	378
4	6	7	3	1	3	378
5	6	7	7	3	1	882
6						2961

Ответ: 2961.

Комментарии

1. Число 1 записано в разрядах, в которых может быть записана цифра 6.
2. Рядом с ней может быть записана только другая чётная цифра. Таких цифр в восьмеричной системе – три. Но так как ноль (чётная цифра!) не может быть первой цифрой, то в ячейке A2 записано число 2, а не 3.
3. В остальных разрядах могут быть представлены остальные семь восьмеричных цифр (в столбце A – 6).

В заключение заметим, что на сайте [3] в разделе, относящемся к заданию 8 ЕГЭ, последней представлена задача, отмеченная как задача повышенной сложности: «Определите

количество шестизначных чисел, записанных в системе счисления с основанием 42, в записи которых только одна цифра 6, при этом никакая нечётная цифра не стоит рядом с цифрой 6» (автор – А.Богданов).

Вот как достаточно просто она решается в среде электронной таблицы:

	A	B	C	D	E	F	H
1	1	20	41	41	41	41	56515220
2	19	1	20	41	41	41	26189980
3	40	20	1	20	41	41	26896000
4	40	41	20	1	20	41	26896000
5	40	41	41	20	1	20	26896000
6	40	41	41	41	20	1	55136800
7							218530000

В особенностях оформления листа разберитесь самостоятельно.

Задания для самостоятельной работы

1. Сколько существует семизначных восьмеричных чисел с последней цифрой 7, в записи которых нет цифр 3, 4 и 5?
2. Сколько существует чисел, делящихся на 5, десятичная запись которых содержит 5 цифр?
3. Сколько существует пятизначных девятеричных чисел с единственной цифрой 2, рядом с которой не записаны цифры нечётные цифры?
4. Сколько существует пятизначных семеричных чисел, которые содержат ровно три цифры 4, которые расположены рядом?
5. Сколько существует четырехзначных семеричных чисел, которые содержат ровно три цифры 4?
6. Сколько существует четырёхзначных пятеричных чисел, в которых цифра 3 используется хотя бы два раза?
7. Сколько существует семизначных шестеричных чисел, которые начинаются с первой и последней чётной цифрой и которых нет двух рядом расположенных чётных цифр и двух рядом расположенных нечётных цифр?
8. Сколько существует семизначных пятеричных чисел, в которых все цифры различные и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом?
9. Сколько существует чисел, делящихся на 5, десятичная запись которых содержит 5 цифр, причём все цифры различны и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом.

Ответы присылайте в редакцию. Авторы лучших ответов будут награждены дипломами.

Литература

1. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2021 года по информатике. <https://fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!/tab/151883967-5>
2. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2023 года по информатике. <https://fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!/tab/151883967-5>
3. Сайт К.Ю. Полякова. <https://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm>

Ответы, решения, разъяснения

к заданиям, опубликованным в журнале «Мир информатики» № 74
(январь 2023 г.)

Задача «Как построить замок»

Напомним условие: «Степан, Кирилл и Жан решили помочь малышам построить замок из цветных кубиков. Кубиков всего девять: три красных, три жёлтых и три синих. Замок состоит из трёх башен следующей формы и цветов:

Ж		
К		
К		Ж
К		Ж
С	С	С

Мальчики договорились, что в их «бригаде» каждый может ставить только кубики одного цвета: Степан ставит синие кубики, Кирилл — красные, Жан — жёлтые. Каждую секунду каждый из мальчиков может выполнить только одно из трёх действий:

- взять кубик;
- поставить кубик на место;
- ничего не делать.

При этом одновременно мальчики не могут ставить кубики в одну и ту же башню. Сколько секунд понадобится ребятам, чтобы построить замок? Запишите алгоритм их действий».

Решение

Запишем решение в виде таблицы, в которой указаны действия каждого мальчика в каждую секунду. Запись «+С» означает, что мальчик берёт в руку синий кубик, запись «С-1», «С-2», «С-3» означает, что мальчик ставит синий кубик в первую, вторую или третью башню. Буква «К» обозначает красный цвет, «Ж» – жёлтый. Наилучшее решение возможно за 9 секунд:

Ход (время)	Степан	Кирилл	Жан
1	+С		
2	С-1	+К	+Ж
3	+С	К-1	Ж-3
4		+К	+Ж
5	+С	К-1	Ж-3
6		+К	+Ж
7		К-1	Ж-1
8			
9			Ж-1

Другие решения требуют большего времени. В приведённом выше решении используется «оптимизация» – когда один мальчик кладёт кубик, то другой одновременно берёт кубик в руку и кладёт его в следующую секунду. Это позволяет положить два первых кубика в первую башню за три секунды. Если не использовать такую оптимизацию, то есть если мальчики одновременно берут кубики в руку на нечётных секундах и ставят кубики в башни на чётных секундах, то решение возможно только за 10 секунд.

Задача “Семья”

Напомним условие: “В семье трое детей — два мальчика и девочка. Их имена начинаются с букв “М”, “Н” и “О”. Имена, начинающиеся с букв “М” и “Н”, это имена одного мальчика и одной девочки. Имена, начинающиеся с букв “Н” и “О”, это имена одного мальчика и одной девочки. С какой буквы начинается имя девочки?”.

Опишем методику решения, приведенную в книге О.Б. Богомоловой “Логические задачи” (М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005), из которой заимствована задача.

Используем для решения такой эталон, который оформим на бумаге:

Дано	Рассуждения
Надо	

Обозначим первые буквы имен детей символьными переменными M , H и O , а пол — m и d . Запишем эти данные в раздел “Дано:”.

В задаче требуется узнать, с какой буквы начинается имя девочки; запишем это в раздел “Надо:”.

Дано:	Рассуждения
M H O m — мальчики d — девочка	Первые буквы имен детей
Надо: С какой буквы начинается имя девочки?	

Рассуждения:

1) выделим в условии задачи повторяющуюся переменную. Это — буква H . Запишем две одинаковые соответствующие переменные друг под другом (см. эталон ниже);

2) так как по условию “М” и “Н” — это первые буквы имен детей разного пола, то над H запишем M . Аналогично для букв “Н” и “О” — то под символьной переменной H запишем O ;

3) выделим прямоугольником две одинаковые символьные переменные H ;

4) запишем справа и слева переменные, которыми обозначен пол детей;

5) так как по условию мальчиков двое, то их имена начинаются на буквы “М” и “О”.

Тогда остается, что имя девочки начинается на букву “Н”.

Дано:	Рассуждения
M H O m — мальчики d — девочка	Первые буквы имен детей
Надо: С какой буквы начинается имя девочки?	M H O m d

Ответ: имя девочки начинается на букву “Н”.

Новая задача “Три сестры”

У сестёр Юли, Тони и Веры — два платка синего цвета и один — розового. Какого цвета платок у каждой из них, если у Юли и Тони платки разного цвета, а у Веры и Юли — тоже?

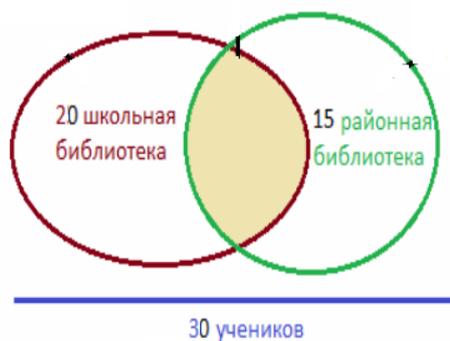
Задача «Ученики и библиотеки»

Напомним условие: «В классе 30 учеников. Все они являются читателями школьной и районной библиотек. Из них 20 берут книги в школьной библиотеке, 15 — в районной. Сколько учеников не являются читателями школьной библиотеки?».

Решение

Удобно использовать для решения так называемые «круги Эйлера» (см. рубрику «Семинар»).

Пусть круг, ограниченный окружностью красного цвета, соответствует множеству учеников, посещающих школьную библиотеку, сдававших английский язык, окружностью зеленого цвета — районную.



В указанной статье была получена формула, позволяющая в данной задаче определить количество учеников, посещающих обе библиотеки. В данном случае это количество равно:

$$20 + 15 - 30 = 5.$$

Записав это число на схеме:



легко и наглядно определяется ответ: $15 - 5 = 10$ учеников не являются читателями школьной библиотеки.

Ответ: 10.

Задача «Шесть деревьев»

Ответ : самое высокое – ель , самое маленькое – клен

Задача «Семеро друзей»

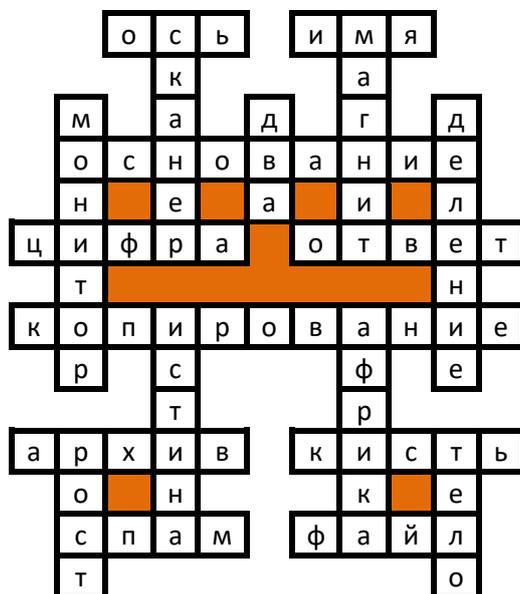
Ответ: фамилия Василя – Дмитриев.

Задача «Как проехать из А в В?»

Ответ: условие: «Минимальная стоимость проезда от станции А до станции В не больше 6» выполняется для таблицы 3.

Кроссворд

Приведем решение, которое представили Авакиян Евгений, Горелкин Роман, Медведев Владимир, Попкова Мария, Резцов Владимир, Резцова Анастасия, Устинов Данил и Ягиева Гуля, ученики средней школы села Ириновка Новобураского р-на Саратовской обл. (учитель **Брунов А.С.**):

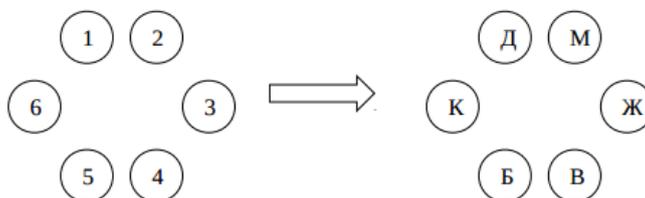


Задача “Продолжение сказки про репку”

Напомним, что следовало определить, как герои известной сказки должны рассесться вокруг круглого стола и торжественно поужинать вытянутой репкой, соблюдая пожелания каждого к посадке.

Решение

Пронумеруем места за столом от 1 до 6 (см. рисунок ниже). По условию, дед и внучка должны сидеть напротив друг друга (пусть, например, это будут места 1 и 4). Бабка не должна сидеть рядом с дедом, поэтому её можно посадить рядом с внучкой, пусть это будет место 5. Кошка должна сидеть рядом с бабкой, значит, кошку нужно посадить на место 6. Чтобы кошка и Жучка сидели как можно дальше друг от друга, они также должны сидеть напротив, значит, Жучку нужно посадить на место 3. Оставшееся место 2 занимает мышка, при этом выполнены все условия. Ответ приведён на рисунке,



Это единственный возможный ответ с точностью до поворотов и так называемых “отражений”. Имеется в виду, что все другие варианты решения получаются путем поворота приведенного справа варианта по часовой стрелке или против, «зеркальных» отражений по вертикали или горизонтали.

Ребусы по информатике

Ответы: Ребус 1: ЗАДАЧА. Ребус 2: АЛГОРИТМ. Ребус 3: ИСПОЛНИТЕЛЬ. Ребус 4: ПРОГРАММА.

Ответы и решения задач, опубликованных в журнале «Мир информатики», выпуске № 63 (январь 2022 г.), представили:

— Авакян Евгений, Горелкин Роман, Медведев Владимир, Мударисов Данила, Пантюшкин Георгий, Попкова Мария, Резцова Анастасия, Резцов Владимир, Устинов Данил, Ягиева Гуля и Якшин Тимофей, средняя школа села Ириновка, Новобураский р-н Саратовской обл., учитель **Брунов А.С.**;

— Аржанов Максим и Шмулевич Анна, г. Пенза, школа № 73, учитель **Диков А.В.**;

— Вахрина Оксана, Владимирская обл., г. Александров, школа № 13, учитель **Дуванский И. А.**;

— Головин Дмитрий, Киреев Илья, Кобзева Арина, Пешкова Ирина, Пискунов Павел, Смирнов Максим, Сумина Мария, Сумина София, Чеканова Ольга, Шуть Дарья и Ярошевич Никита, г. Воронеж, лицей № 2, учитель **Комбарова С.В.**;

— Комолкин Роман, Корнилова Виктория, Мамченко Дарья, Павлов Алексей, Серова Василиса, Смирнова Полина, Сысуев Илья, Федоров Глеб, Хозин Эмиль и Шумов Владимир, Владимирская обл., г. Струнино, школа № 11, учитель **Волков Ю.П.**;

— Лошак Антон, и Турков Андрей, средняя школа села Сердар, Республика Марий Эл, учитель **Чернова Л.И.**;

— Пивунчиков Михаил, Владимирская обл., г. Карabanово, школа № 7 им. А.П. Чулкова, учитель **Тощева Т.В.**;

— Шахбазян Карен, Москва, школа № 1530 «Школа Ломоносова», учитель **Каменецкая Т.С.**

Авторы лучших ответов будут награждены дипломами.

Книжная полка

Полезная книга

В издательстве ДМК-Пресс вышла книга «Подготовка к успешной сдаче ОГЭ по информатике» (авторы Д.М. Златопольский, В.А. Мишин)
<https://dmkpress.com/catalog/computer/handbooks/978-5-93700-121-4/>

Златопольский Д. М., Мишин В. А.

Подготовка к успешной сдаче ОГЭ по информатике



ДМК
Пресс

Большинство книг, связанных с Основным государственным экзаменом по информатике, представляют собой сборники заданий для самопроверки или «решебники», в которых приводятся решения заданий без подробных комментариев. Указанная книга отличается от них тем, что в ней рассказывается о типовых вариантах заданий ОГЭ и особенностях каждого из них, приводятся различные методы их выполнения, даются полезные советы и рекомендации, обеспечивающие ускорение выполнения заданий и уменьшающие вероятность ошибки. После знакомства с этими вопросами читатель может проверить свои знания и умения, выполнив предлагаемые в книге задания для самостоятельной работы.

Кроме учащихся 9-го класса, готовящихся к сдаче ОГЭ, книгу могут использовать учителя и преподаватели информатики. Она будет также полезна учащимся 10-го и 11-го классов, поскольку многие вопросы, рассмотренные в книге, являются полезными для подготовки к ЕГЭ по информатике.

Приобрести книгу по цене, гораздо меньшей, чем в магазинах (даже с учетом стоимости доставки), можно через сайт издательства.

Напомним, что в этой рубрике редакция проводит разбор задач, решение которых вызвало трудности.

Задача «Три числа»

Напомним, что следовало расположить две тройки чисел в порядке возрастания, не переводя их в десятичную систему счисления:

А) 11111101000_2 , 3747_8 и 133221_4

Б) $79D_{16}$, 3636_8 и 132130_4

Комментарии к решению

Понятно, что для решения нужно представить все числа каждой тройки в одной системе счисления. В данных случаях удобно это сделать в двоичной системе.

В том же выпуске журнала «Мир информатики», в котором была предложена указанная задача, была опубликована статья «Перевод чисел в системах счисления с основаниями, равными степени двойки». Указывалось, что в случаях, когда основания используемых систем равны 2, 4, 8 и 16, промежуточный перевод исходных чисел в десятичную систему можно не проводить.

Например, для перевода целого четверичного числа в двоичную систему счисления необходимо:

1) каждую цифру заданного числа, рассматривая ее как десятичную, представить в виде двухразрядного двоичного числа (может быть — с начальным нулем или состоящим из двух нулей);

2) из полученных двухразрядных двоичных чисел сформировать единое число (без возможного начального нуля), которое и будет являться искомым результатом.

Для заданного в условии четверичного числа 133221_4 :

1)

Цифры заданного числа	1	3	3	2	2	1
Соответствующее двоичное число	01	11	11	10	10	01

2) результат равен 11111101001_2 .

Сравнение двух (и трех) двоичных чисел провести легко, выписав их одно под другим:

11111101000

11111101001

Для перевода целого восьмеричного числа в двоичную систему счисления необходимо:

1) каждую цифру заданного числа, рассматривая ее как десятичную, представить в виде трехразрядного двоичного числа (может быть — с начальным нулем, с начальными нулями или состоящим из трех нулей);

2) из полученных двоичных чисел сформировать единое число (без возможных начальных нулей), которое и будет являться искомым результатом.

Для заданного в условии восьмеричного числа 3747_8 :

Цифры заданного числа	3	7	4	7
Соответствующее двоичное число	11	111	100	111

Результат равен 11111100111_2 .

Предлагаем читателям выполнить задание Б и прислать ответ в редакцию. Для решения ознакомьтесь с указанной выше статьей в нашем журнале.

Обращаем внимание на то, что задания подобного типа представлены в демонстрационных вариантах ОГЭ и ЕГЭ по информатике.

Круги Эйлера

Круги Эйлера — геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами для наглядного представления этих отношений. Вместо кругов могут использоваться овалы, прямоугольники, замкнутые области любой формы (поэтому вместо понятия «круги Эйлера» используется также понятие «диаграммы Эйлера»).

Рассмотрим такую задачу «100 студентов должны были сдавать экзамены. 88 студентов сдали английский язык, 71 студент — немецкий язык. 11 студентов экзамены не сдавали. Какое количество студентов сдало экзамен по двум иностранным языкам?».

Решение

Сначала обсудим более простую задачу. Нарисуем два круга — ограниченные линиями красного и зеленого цветов:

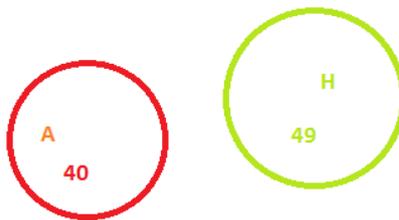


Рис. 1

Пусть круг красного цвета соответствует множеству студентов, сдававших английский язык (их количество — A), зеленого цвета — сдававших немецкий язык (H). И пусть количество студентов, сдававших тот или иной иностранный язык, будет таким, как на рис. 1.

Чему равно общее число студентов, сдававших экзамен? — $40 + 49 = 89$.

Понятно, что если круги расположить так, как на рис. 2, то полученная сумма будет такой же.

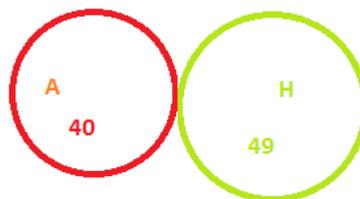


Рис. 2

А как изменится наше изображение, если какие-то студенты сдавали оба экзамена? В этом случае некоторые части обоих кругов станут общей частью (на рис. 3 эта общая часть закрашена желтым цветом):

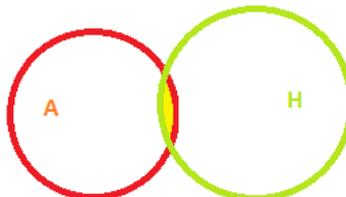


Рис. 3

Что представляет собой область, закрашенная серым цветом (см. рис. 4)?

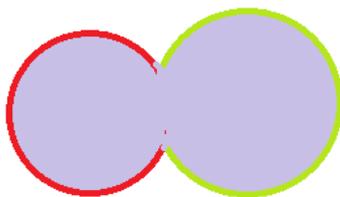


Рис. 4

В нее «входят»:

- 1) студенты, сдававшие оба экзамена (на рис. 3 это желтая область);
- 2) студенты, сдававшие только английский язык (это часть круга, ограниченного линией красного цвета, без желтой области);
- 3) студенты, сдававшие только немецкий (это часть круга, ограниченного линией зеленого цвета, без желтой области),

то есть *все* студенты, сдававшие экзамен. Так и запишем ☺ (см. рис. 5).

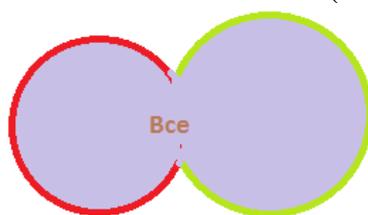


Рис. 5

Обсудим важный вопрос — на сколько уменьшилась площадь области, закрашенная на рис. 4. серым цветом, по сравнению с общей площадью двух кругов на рис. 2? Проанализировав рис. 3, можем ответить: «На величину площади желтой области».

Это значит, что количество студентов, сдававших оба экзамена, можно определить так:

$$(A + H) - Все$$

Полученная формула является важной, используемой при решении задач рассматриваемого типа, в том числе задач, представленных в ЕГЭ по информатике, поэтому обратите на неё внимание.

Вернемся к нашей задаче. При принятых выше обозначениях в ней: $A = 88$, $H = 71$, $Все = 100 - 11 = 89$. Тогда искомое количество студентов, сдававших экзамен по двум иностранным языкам, рассчитанное по полученной нами формуле, равно:

$$88 + 71 - 89 = 70.$$

Итак, *ответ*: 70.

Интересно, что можно определить также количество студентов, сдававших экзамен только по английскому языку и только по немецкому языку. Обозначим на изображении соответствующие подмножества, соответственно, A_T и H_T , а подмножество студентов, сдававших два экзамена, — AH :

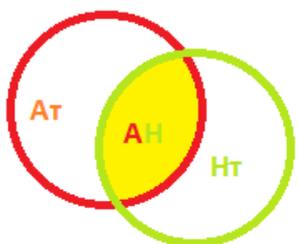


Рис. 6

Предлагаем читателям определить значения A_T и H_T самостоятельно на основе рис. 6.

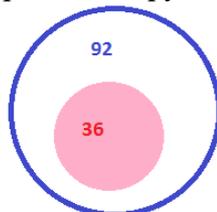
Другие задачи для самостоятельной работы

1. Из 64 учеников 11 человек занимаются только в секции футбола, 39 человек — в двух секциях (футбола и волейбола). Можно ли установить:

- 1) сколько учеников занимаются только в секции волейбола?
- 2) число участников секции футбола?
- 3) число участников секции волейбола?

Известно, что все 64 ученика занимаются хотя бы в одной секции.

2. Подмножество студентов, сдававших экзамены по английскому языку, представлено в виде круга, ограниченного синей линией (таких студентов — 92), студентов, сдававших экзамены по немецкому языку, — в виде розового круга (36 чел.).



Можно ли определить, какое число студентов:

- 1) сдавало экзамен по двум иностранным языкам?
- 2) сдавало экзамен только по английскому языку?
- 3) сдавало экзамен только по немецкому языку?



Леонард Эйлер

Выдающийся математик, физик, механик и астроном XVIII века **Леонард Эйлер** (он родился в Швейцарии, но много лет прожил в России) широко пользовался рисунками, описанными в предыдущей статье, и в его честь этот метод был назван “методом кругов Эйлера”. Такой метод математики применяли и до Эйлера. Им пользовался, например, выдающийся немецкий математик и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716). В его черновых набросках были обнаружены рисунки с такими кругами. Но, как уже говорилось, достаточно основательно развил этот метод только Л.Эйлер. После Эйлера этот же метод разрабатывал чешский математик Бернад Больцано (1781–1848), только, в отличие от Эйлера, он рисовал не круглые, а прямоугольные схемы. Методом кругов Эйлера пользовался и немецкий математик Шредер (1841–1902) в книге “Алгебра логики”.

Но особенного расцвета графические методы достигли в сочинениях английского логика Джона Венна (1843–1923), подробно изложившего их в книге “Символическая логика”, изданной в Лондоне в 1881 году. Поэтому такие схемы также называют иногда “диаграммами Венна” или “диаграммами Эйлера-Венна”.

Выполняем задания демонстрационного варианта ОГЭ по информатике 2023 года

Задание 1

Условие

В одной из кодировок Unicode каждый символ кодируется 16 битами. Ученик написал текст (в нём нет лишних пробелов):

«Ёж, лев, слон, олень, тюлень, носорог, крокодил, аллигатор – дикие животные».

Ученик удалил из списка название одного животного, а также лишние запятую и пробел – два пробела не должны идти подряд.

При этом размер нового предложения в данной кодировке оказался на 16 байт меньше, чем размер исходного предложения. Напишите в ответе удалённое название животного.

Решение

Прежде всего, обратим внимание на то, что в условии указаны разные единицы измерения количества информации (биты и байты).

Так как $1 \text{ байт} = 8 \text{ бит}$, то можно сказать, что в указанной в условии кодировке каждый символ кодируется двумя байтами.

После удаления из списка названия одного из животного станут лишними запятая и пробел (два пробела не должны идти подряд). По условию ученик удалил и эти два символа. При их удалении размер предложения их уменьшится на 4 байта.

Так как в результате размер нового предложения в данной кодировке оказался на 16 байт меньше, чем размер исходного предложения, то всего было удалено $16 : 2 = 8$ символов. Два удаленных символа мы уже учли. Это значит, что в удалённом учеником слове было $8 - 2 = 6$ символов. Таким единственным названием животных является «тюлень».

Ответ: тюлень.

Можно также все расчёты проводить не в байтах, а в битах.

В этом случае размер нового предложения в указанной в условии кодировке оказался на $16 \times 8 = 144$ бит меньше, чем размер исходного предложения. Так как каждый удалённый символ кодируется 16 битами, то это значит, что ученик удалил $144 : 16 = 8$ символов. Из них два – лишние запятая и пробел. Следовательно, в удалённом названии животного было $8 - 2 = 6$ символов. Это название – *тюлень*.

Какой из вариантов расчётов лучше, – решать вам, читатель.

Задание 2

От разведчика было получено следующее сообщение. 001001110110100 В этом сообщении зашифрован пароль – последовательность русских букв. В пароле использовались только буквы А, Б, К, Л, О, С; каждая буква кодировалась двоичным словом по следующей таблице.

А	Б	К	Л	О	С
01	100	101	111	00	110

Расшифруйте сообщение. Запишите в ответе пароль.

Решение

Прежде всего, обратим внимание на то, что:

- при шифровании использовано шифрование с помощью двух символов (0 или 1);
- в таблице кодировки нет односимвольных и четырёхсимвольных кодов.

Рассматриваем начальные символы сообщения.

Два первых символа (01) не могут быть началом кода какой-то другой буквы, кроме О.

Выпишем эту букву, а в сообщении зачеркнем два первых символа⁵:

001001110110100

Следующие два сообщения (10) не могут быть началом кода, а четырёхсимвольных кодов в таблице кодировки нет. Значит, кодом являются три символа (100), а соответствующая буква – Б.

Также выпишем вторую букву, а в сообщении зачеркнем ещё три символа:

001001110110100

Аналогичными рассуждениями можно получить коды:

- третьей буквы (111) и саму букву (Л)
- четвертой буквы (01) и саму букву (А)
- пятой буквы (101) и саму букву (К).

001001110110100

Оставшаяся часть зашифрованного сообщения соответствует букве О.

Ответ: ОБЛАКО.

Задание 3

Условие

Напишите наименьшее число x , для которого истинно высказывание:

$(x > 16)$ **И НЕ** (x нечётное)

Решение

Здесь в составном высказывании использовано отрицание от «простого» высказывания (x нечётное). Для анализа и поиска ответа удобно отказаться от отрицания, рассуждая следующим образом. Можно сказать, что в простом высказывании отрицается, что число x является чётным. Вспомним один из законов логики (законов алгебры высказываний) – закон двойного отрицания:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

НЕ (НЕ высказывание A) == высказывание A

Согласно этому закону высказывание **НЕ** (число x не является чётным) равносильно высказыванию число x является чётным

Учитывая сказанное, приведённое в условии составное высказывание можно заменить на такое:

$(x > 16)$ **И** (x чётное)

После этого задача сводится к определению наименьшего числа x , которое больше 16 и является чётным. Таким числом является 18.

Ответ: 18.

⁵ Можно также скопировать зашифрованное сообщение из задания в текстовый редактор и в нём удалять найденные очередные коды.

Задание 4

Здесь, прежде чем выполнять задание 4 демонстрационного варианта ОГЭ по информатике 2023 года, обсудим такую задачу.

Условие

Между населёнными пунктами А, В, С, D, Е построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице:

	А	В	С	D	Е
А		5	3		
В	5		1	4	
С	3	1		6	
D		4	6		1
Е				1	

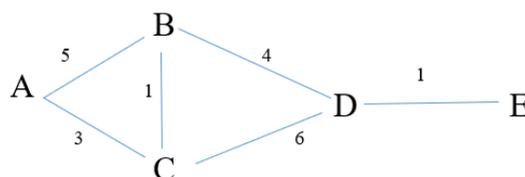
Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и Е. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице. Каждый пункт можно посетить только один раз.

Решение

Проанализируем приведенную в условии информацию. Каждый населенный пункт, указанный в первом столбце таблицы, связан с теми населенными пунктами, для которых в строке для данного пункта указано некоторое число. Название пункта приведено в первой строке соответствующего столбца. Так, например, пункт В связан с пунктами А, С и D (расстояние до них, соответственно, 5, 1 и 4 км).

Очевидно, что по таблице сформировать все варианты пути из пункта А в пункт Е и выбрать самый короткий – сложно. Поэтому придется изображать пути на бумаге.

Соответствующее изображение – так называемый «граф путей» показан ниже:



Определим длину каждого возможного пути:

- путь А–В–С–D–Е: $5 + 1 + 6 + 1 = 13$ км.
- путь А–В–D–Е: $5 + 4 + 1 = 10$ км.
- путь А–С–В–D–Е: $3 + 1 + 4 + 1 = 9$ км.
- путь А–С–D–Е: $3 + 6 + 1 = 10$ км.

Итак, длина самого короткого пути равна 9 км.

Ответ: 9.

Теперь – основное задание.

Условие

Между населёнными пунктами А, В, С, D, Е построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице:

	A	B	C	D	E
A		1	4	3	7
B	1		2	5	
C	4	2		3	
D	3	5	3		2
E	7			2	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и Е, проходящего через пункт С. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице. Каждый пункт можно посетить только один раз».

Решение

Здесь по сравнению в предыдущей задаче имеется дополнительное условие – маршрут должен обязательно проходить через пункт С.

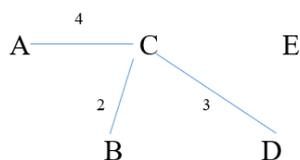
Поэтому задачу можно решить, получив, как и до этого, соответствующий граф, после чего проанализировать не все пути, а только проходящие через пункт С.

Но можно, учитывая дополнительное условие, при построении графа поступить следующим образом.

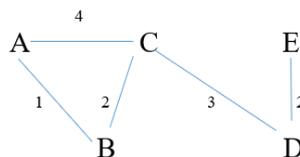
Запишем на листке букву С, оставив снизу, слева и справа место:

С

От исходного пункта А в пункт С, согласно таблице, можно попасть непосредственно или через пункт В, а из пункта С – к цели (в пункт Е) – только через пункт D. Учтём это на графе:



Дороги из А в В и из D в Е имеются. Учтём и это:



По этому, более простому, графу, рассмотрев всего два варианта, можно установить, что самый короткий маршрут: А – В – С – D – Е, его длина $1 + 2 + 3 + 2 = 8$ км.

Ответ: 8.

Подробные разъяснения по выполнению заданий Основного государственного экзамена по информатике и задания для самостоятельной работы приведены в книге, о которой идёт речь в рубрике «Книжная полка».

Конкурс № 60 «Судoku в шестнадцатеричной системе счисления»

В качестве задания этого конкурса предлагаем читателям решить вариант головоломки судoku, в котором используются не девять цифр, а шестнадцать: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E и F (как в шестнадцатеричной системе счисления). Соответственно и размеры стали больше: 16 строк и 16 столбцов, 16 блоков размером 4×4 . Правила аналогичны «классическому» варианту: в каждом столбце, в каждой строке и в каждом блоке 4×4 цифры не должны повторяться.

B	1	8	C		4				D		E			5	A
0					D	6					A			C	
D		4				8			0	5					E
2			5	9		A		C				0			D
	3			1	7					9	6	A			
F											1		0		2
		B	A	6		0			3				8		C
			8	B				E				3			
9					5		6			A	B				3
	5								8			E			
		C	0		8		7			E			D		9
	B			0	E			D	7				5	A	
	2			7			C		F			B			0
		D			F			3					A		1
	E					2			5		7				4
8			6		0				1			D	9	2	5

Конкурс № 61 «Одиннадцать шаров»

В качестве задания этого конкурса предлагаем читателям решить следующую задачу: «Имеются 11 неотличимых по виду шаров, среди которых 6 радиоактивных, и детектор радиоактивности, на который умещается не более двух шаров. Чувствительность детектора невысока, поэтому он срабатывает только если оба шара радиоактивны. За какое минимальное количество тестов можно гарантированно найти все радиоактивные шары?»

Срок представления ответов на оба конкурса — 31 августа 2023 г. (!)

Укажите в письме свои фамилию и имя, населенный пункт, номер школы и фамилию, имя и отчество учителя информатики.

Итоги конкурса № 57 “Языки программирования”

Напомним, что задание этого конкурса было связано с поиском информации. Было предложено ответить на ряд вопросов.

Ответы

1. Самым популярным языком программирования в 60–80-е годы XX века был язык ФОРТРАН (FORTRAN)
2. В 1979 его сменил язык Паскаль (Pascal).
3. Язык С стал самым популярным С в 1985 году, а язык Java — в 2001 году.
4. В 2022 году самым популярным язык программирования был язык Python.

Победителями конкурса стали:

- Аржанов Максим, г. Пенза, школа № 73, учитель **Диков А.В.**;
- Волобуева Ирина, г. Барнаул, Барнаульский государственный педагогический колледж имени В.К. Штильке, преподаватель **Лукьянова Н.В.**;
- Городовиков Дмитрий, средняя школа села Восточное Нижегородской обл., учитель **Долгова Г.А.**;
- Мамченко Дарья и Сысуев Илья, Владимирская обл., г. Струнино, школа № 11, учитель **Волков Ю.П.**;
- Никифоров Никита, Владимирская обл., г. Александров, школа № 1, учитель **Ахсахалян С.Д.**;
- Пивунчиков Михаил Владимирская обл., г. Карабаново, школа № 7 им. А.П. Чулкова, учитель **Тошева Т.В.**;
- Шахбазян Карен, Москва, школа № 1530 «Школа Ломоносова», учитель **Каменецкая Т.С.**

Все перечисленные читатели будут награждены дипломами. Поздравляем победителей!