

# «Мир информатики»

Журнал для тех, у кого информатика – любимый школьный предмет

Выпуск № 71, октябрь 2022 г.

## Школа программирования

*Когда человек хочет передвинуть гору,  
он начинает с того, что убирает маленькие камни.*  
Восточная мудрость

### Три типовые задачи программирования<sup>1</sup>

#### 1. Методы заполнения массивов

Напомним, что в программировании массив – это структура данных, предназначенная для хранения группы значений одного типа. Каждое отдельное значение массива называется «элемент массива». Элементы массива при хранении массива в памяти имеют уникальные порядковые, идущие подряд, номера – «индексы». Чтобы обратиться в программе к значению некоторого элемента массива, надо указать имя массива и в скобках (квадратных или круглых в зависимости от языка программирования) – индекс элемента.

Заполнить массив значениями можно несколькими методами.

Если на момент написания программы известны значения всех элементов массива, то эти значения могут быть записаны в массив с помощью операторов присваивания:

```
м[1] := ...  
м[2] := ...  
...
```

Иногда известен закон, которому подчиняются значения элементов. Например, значение каждого элемента равно его индексу. Пусть размер массива равен 10. Можем так оформить фрагмент, связанный с заполнением массива:

```
м[1] := 1  
м[2] := 2  
...  
м[10] := 10
```

Обозначив меняющийся при повторении индекс элемента массива так, как это традиционно делается в программировании, – именем  $i$ , можем оформить всё в виде оператора цикла с параметром:

```
нц для i от 1 до 10  
  м[i] := i  
кц
```

---

<sup>1</sup> Как принято в нашем журнале, используем школьный алгоритмический язык (систему программирования КуМир). Русский синтаксис этого языка делает приводимые программы максимально понятными, и читатели смогут разработать соответствующие программы на изучаемом языке программирования.

А как заполнить массив так, чтобы он был таким, как, например, следующий:

|                           |    |    |    |     |    |    |
|---------------------------|----|----|----|-----|----|----|
| Значение элемента массива | 20 | 19 | 18 | ... | 2  | 1  |
| Индекс $i$                | 1  | 2  | 3  | 4   | 19 | 20 |

Можно ли установить связь между индексом элементов массива и их значениями в данном случае? – Можно. Значение  $i$ -го элемента равно  $20 - i + 1$  (убедитесь в этом!).

Значит, можем так заполнить нужный массив:

```
нц для i от 1 до 20
  м[i] := 20 - i + 1
кц
```

Опишем также методику заполнения массива известными значениями в *ходе выполнения программы*. В таких случаях нужно ввести в программу значения всех элементов и записать их в массив. Это также можно сделать с использованием оператора цикла с параметром:

```
нц для i от 1 до 10
  вывод нс, "Введите значение очередного элемента массива "
  ввод м[i]
кц
```

### Задания для самостоятельной работы

1. Заполнить массив двадцатью числами 13.
2. Заполнить массив двадцатью пятью первыми натуральными числами (1, 2, ..., 25).
3. Заполнить массив степенями числа 2 (от  $2^1$  до  $2^{10}$ ). Операцию возведения в степень не использовать.
4. Заполнить массив двадцатью первыми числами Фибоначчи (последовательность чисел Фибоначчи образуются так: первые два ее члена равны 1, каждый следующий, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих – 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...).

### 2. Удаление из массива первого элемента со сдвигом всех расположенных справа от него элементов на одну позицию влево

Пример показан на рисунке:

|                    |    |   |    |    |   |   |    |    |   |   |   |   |
|--------------------|----|---|----|----|---|---|----|----|---|---|---|---|
| 5                  | 12 | 8 | 0  | 14 | 5 | 1 | 3  | 23 | 4 | 8 | 0 | 9 |
| а) исходный массив |    |   |    |    |   |   |    |    |   |   |   |   |
| 12                 | 8  | 0 | 14 | 5  | 1 | 3 | 23 | 4  | 8 | 0 | 9 | 9 |
| б) конечный массив |    |   |    |    |   |   |    |    |   |   |   |   |

Здесь приведём полезный приём – если сразу оператор цикла с параметром оформить сложно, следует выписать действия, являющиеся телом этого оператора, принять изменяющуюся величину в качестве параметра оператора цикла и определить его начальное и конечное значения.

Операторы, осуществляющие сдвиг необходимых элементов:

```
м[1] := м[2]
м[2] := м[3]
...
м[n - 1] := м[n]
```

можно оформить с использованием оператора цикла с параметром в виде:

- 1) если в качестве параметра цикла  $i$  принять индекс элемента, на место которого записывается следующий за ним элемент:

```

нц для i от 1 до n - 1
    m[i] := m[i + 1]
кц

```

2) если в качестве параметра цикла i принять индекс элемента, который записывается на место предыдущего элемента:

```

нц для i от 2 до n
    m[i - 1] := m[i]
кц

```

**Внимание!** После сделанных изменений следует учесть, что количество оставшихся количество элементов исходного массива уменьшилось на 1 (последний элемент теперь записан в «другом месте» и учитываться не должен).

### Задание для самостоятельной работы

В массиве из 18 элементов записаны фамилии учеников класса. В течение учебного года выбыл ученик, фамилия которого записана в 5-м элементе массива. Получить массив, в котором фамилии вышедшего ученика не будет.

### 3. Сдвиг всех значений элементов на одну позицию вправо и запись нового значения в первый элемент массива.

Пример для нового значения, равного 13, показан на рисунке:



Можно ли операторы, осуществляющие сдвиг всех элементов исходного массива, оформить так:

```

m[2] := m[1]
m[3] := m[2]
...
m[n] := m[n - 1]

```

– Нет, не можем! (Почему, установите самостоятельно.) Нужно проводить сдвиг, начиная с конца массива:

```

m[n] := m[n - 1]
m[n - 1] := m[n - 2]
...
m[3] := m[2]
m[2] := m[1]

```

С использованием оператора цикла с параметром соответствующий фрагмент оформляется в виде:

```

нц для i от n до 2 шаг -1
    m[i] := m[i - 1]
кц

```

или

```

нц для i от n - 1 до 1 шаг -1
    m[i + 1] := m[i]
кц

```

После сдвига можно в первый элемент массива записать новое число:

```

m[1] := ...

```

### Задание для самостоятельной работы

В массиве из 18 элементов записаны фамилии учеников класса. В течение учебного года в класс поступил ученик, фамилия которого должны быть записана в 10-м элементе массива. Получить новый массив, в котором фамилии будут представлена и фамилия этого ученика.

## Заброшенные Ханойские башни

Д.М. Златопольский

Рекомендуем читателям предварительно ознакомиться со статьёй «Об использовании вспомогательных процедур» в предыдущем выпуске интернет-журнала «Мир информатики».

Головоломка «Ханойская башня» достаточно широко известна. Напомним, что в ней диски, размещенные на одном из трёх стержней в порядке увеличения их размеров (при просмотре сверху вниз), следует переложить на другой, используя третий стержень как вспомогательный и соблюдая следующие правила:

- 1) перемещать диски можно только по одному;
- 2) нельзя диск большего диаметра класть на диск меньшего размера;
- 3) снятый диск нельзя отложить в сторону — его нужно сразу надеть на один из других стержней.

Как решить её?

Можно рассуждать так. Когда диск один, задача решается легко. Предположим, что в головоломке только два диска. В этом случае надо сначала переложить меньший диск на третий стержень, затем большой — на «целевой» второй стержень и, наконец, меньший диск на находящийся на втором стержне большой диск.

А если дисков много? Пусть их число —  $n$ . Пронумеруем диски, начиная с наименьшего, 1, 2, ...,  $n$ . Понятно, чтобы переместить диск  $n$  (максимального размера), сначала нужно перенести  $n - 1$  меньших дисков на третий стержень. Если это уже сделано (допустим, что это так), то можно перенести диск  $n$  на второй стержень. После этого остается перенести «отложенные»  $n - 1$  меньших дисков на второй стержень (см. рисунки 1–4<sup>2</sup>).

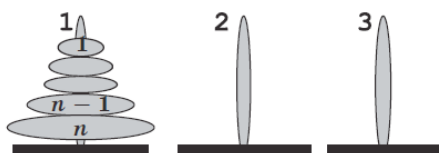


Рис. 1

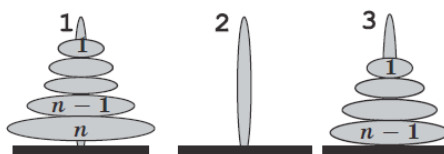


Рис. 2

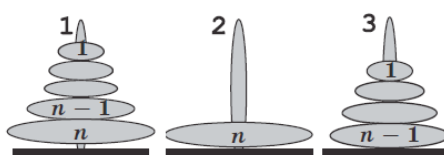


Рис. 3

<sup>2</sup> Использованы иллюстрации из книги [1].

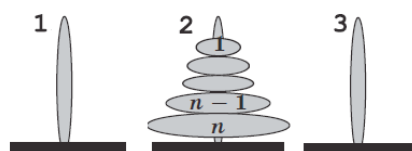


Рис. 4

Но как перевести эти  $n - 1$  дисков? Да точно так же – за три этапа:

- перенести  $n - 2$  диска;
- перенести самый большой из  $n - 1$  дисков;
- перенести  $n - 2$  диска на самый большой.

Тем самым задача о  $n - 1$  диске сведётся к задаче о  $n - 2$  дисках. Она же, в свою очередь, сводится к задаче о перемещении  $n - 3$  дисков и так далее вплоть до задачи с одним диском. А для такой задачи потребуется простое перемещение этого диска на необходимый стержень.

Можно так описать идею решения задачи для общего случая – перемещения  $n$  дисков:

```

если  $n = 1$ 
  то
    Переложить этот единственный диск
  иначе
    Решить задачу для  $(n - 1)$  дисков
    Перенести  $n$ -й диск
    Решить задачу для  $(n - 1)$  дисков
все
  
```

Разработаем программу, в которой происходит вывод номеров перемещаемых дисков<sup>3</sup>. В ней будут использоваться вспомогательные процедуры (о процедурах, которые разрабатывает прикладной программист, – см. интернет-журнал «Мир информатики», № !!!). Напомним (или расскажем, что вспомогательные процедуры, которые, в свою очередь, используют как вспомогательные саму себя, но с другими параметрами, называют «рекурсивными»<sup>4</sup>).

Рекурсивная процедура, разработанная на основе приведенных рассуждений, при выполнении которой происходит вывод номеров перемещаемых дисков, имеет вид:

```

алг Вывод_номеров_дисков (арг цел  $n$ )
нач
  если  $n = 1$ 
    то
      вывод  $n$ , " "
    иначе
      Вывод_номеров_дисков ( $n - 1$ )
      вывод  $n$ , " "
      Вывод_номеров_дисков ( $n - 1$ )
  все
кон
  
```

<sup>3</sup> Как принято в нашем журнале, используем школьный алгоритмический язык (систему программирования КуМир) – см. сноску 1.

<sup>4</sup> Задания на использование рекурсивных процедур и функций представлены в демонстрационных вариантах ЕГЭ по информатике.



Основная часть программы:

```
алг Ханойская_башня_2 | Вывод номеров дисков, перемещаемых
                        | при решении задачи, и номеров стержней
нач цел n
  | Ввод количества дисков
  вывод нс, "Введите количество дисков "
  ввод n
  | Вызов процедуры Вывод_номеров_дисков_и_номеров_стержней
  Вывод_номеров_дисков_и_номеров_стержней(n, 1, 2)
кон
```

При  $n = 3$  при выполнении программы на экран будут выводиться следующие сообщения:

```
Перемещается диск 1 со стержня 1 на стержень 2
Перемещается диск 2 со стержня 1 на стержень 3
Перемещается диск 1 со стержня 2 на стержень 3
Перемещается диск 3 со стержня 1 на стержень 2
Перемещается диск 1 со стержня 3 на стержень 1
Перемещается диск 2 со стержня 3 на стержень 2
Перемещается диск 1 со стержня 1 на стержень 2
```

Разработаем теперь вариант программы, в которой будем использовать не номера перемещаемых дисков, а их диаметры (эти диаметры понадобятся нам при решении более сложной задачи). Значения диаметров дисков, находящихся на трёх стержнях, будем хранить в трёх массивах из 20 элементов:

```
цел стержень1[1 : 20], стержень2[1 : 20], стержень3[1 : 20]
```

причём опишем эти массиве до основной части программы (в этом случае эти массивы будут являться глобальными переменными, и их можно использовать во вспомогательных процедурах.

Также глобальными сделаем переменную  $n$  (общее число дисков) и три переменные, хранящие информацию о текущем количестве дисков на том или ином стержне:

```
кол1, кол2, кол3
```

Как заполнить массив `стержень1` со значениями размеров дисков на стержне 1? С целью упрощения программы свяжем диаметры дисков с их порядковыми номерами. Чтобы различить номер диска и его диаметр, примем, что диаметр равен удвоенному номеру:

```
нц для i от 1 до n
  стержень1[i] := 2 * i
кц
```

Но в результате размер минимального диска будет находиться в начале массива:

|   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|----|
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5  |

что не совсем удобно в данном случае. Объясним почему.

Пусть в какой-то момент решения на одном из стержней находятся три диска. Соответствующий массив будет таким:

|   |   |    |   |   |
|---|---|----|---|---|
| 6 | 8 | 10 |   |   |
| 1 | 2 | 3  | 4 | 5 |

Массив `стержень2`, количество дисков `кол2 = 3`

На этом стержне разместили еще один диск диаметром 4. Чтобы учесть это изменение в массиве, он должен принять вид:

|   |   |   |    |   |
|---|---|---|----|---|
| 4 | 6 | 8 | 10 |   |
| 1 | 2 | 3 | 4  | 5 |

Массив стержень2, количество дисков кол2 = 4

Методика такого изменения состояния массива приведена в предыдущей статье.

Если же со стержня сняли диск размером 6, то соответствующий массив должен стать таким:

|   |    |   |   |   |
|---|----|---|---|---|
| 8 | 10 |   |   |   |
| 1 | 2  | 3 | 4 | 5 |

Массив стержень2, количество дисков кол2 = 2

Методика такого изменения состояния массива также приведена в предыдущей статье. На наш взгляд, можно упростить программу<sup>5</sup>, если всю информацию о размерах дисков хранить в массивах в виде:

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| 10 | 8 | 6 | 4 | 2 |
| 1  | 2 | 3 | 4 | 5 |

В этом случае при «добавлении» диска диаметром 4 к стержню, для которого массив имеет вид:

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| 10 | 8 | 6 |   |   |
| 1  | 2 | 3 | 4 | 5 |

Массив стержень2, количество дисков кол2 = 3

новое состояние массива должно быть таким:

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| 10 | 8 | 6 | 4 |   |
| 1  | 2 | 3 | 4 | 5 |

Массив стержень2, количество дисков кол2 = 4

При удалении со стержня с тремя дисками верхнего диска его массив примет вид:

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| 10 | 8 | 6 |   |   |
| 1  | 2 | 3 | 4 | 5 |

Массив стержень2, количество дисков кол2 = 2

Обратим внимание на то, что в третьем элементе массива по-прежнему будет записан размер отсутствующего диска, но так как мы знаем, что фактическое общее количество дисков равно 2, то записанное значение использоваться не будет (и в дальнейшем может быть заменено размером «реального» диска).

Как при заполнении массива стержень1 записать в него значения элементов, начиная с конца массива? Соответствующая методика также описана ранее в рубрике «Школа программирования». В нашем случае фрагмент программы такой:

```

нц для i от 1 до n
    стержень1[i] := 2 * (n - i + 1)
кц

```

<sup>5</sup> Для решения задач вставки элемента в начало массива со сдвигом всех «старых» значений вправо и удаления первого элемента массива со сдвигом остальных элементов влево может быть применена динамическая структура «стек» (на школьном алгоритмическом языке такая структура не может быть реализована).



Вернёмся к разработке программы. Что должно измениться в рекурсивной процедуре Вывод\_номеров\_дисков\_и\_номеров\_стержней для вывода *диаметров* перемещаемых дисков?

```
алг Вывод_номеров_дисков_и_номеров_стержней(арг цел n, a, b)
нач
  если n > 0
  то
    | Перемещаем n - 1 дисков со стержня a на вспомогательный
    Вывод_номеров_дисков_и_номеров_стержней(n - 1, a, 6 - a - b)
вывод нс, "Перемещается диск номер ", n, " со стержня ", a,
" на стержень ", b
    | Перемещаем n - 1 дисков со вспомогательного стержня
    Вывод_номеров_дисков_и_номеров_стержней(n - 1, 6 - a - b, b)
  все
кон
```

Ответ – фрагмент, связанный с выводом на экран. Вместо него:  
— на экран должны выводиться размеры перемещаемых дисков;  
— должны меняться размеры и состояния массивов, хранящих информацию о дисках на них (для исходного и конечного стержней).

Первую переменную (размер перемещаемого диска) назовём *перемещается*. Её значение определяется размером верхнего диска на том или ином стержне. Так как возможны три варианта, то удобно применить оператор выбора (оператор варианта):

```
выбор
при a = 1:
  перемещается := стержень1[кол1]; | Верхний диск
                                   | на этом стержне
  | Напомним, что размер верхнего диска
  | записан в последнем элементе соответствующего массива
  вывод нс, "диск диаметром ", перемещается, " со стержня ",
           a, " на стержень ", b
  | Количество дисков на этом стержне уменьшается на 1
  кол1 := кол1 - 1
при a = 2: перемещается := стержень2[кол2]
           вывод нс, "диск диаметром ", перемещается,
           " со стержня ", a, " на стержень ", b
           кол2 := кол2 - 1
иначе перемещается := стержень3[кол3];
      вывод нс, "диск диаметром ", перемещается,
      " со стержня ", a, " на стержень ", b
      кол3 := кол3 - 1
все
```

Необходимо также изменить размер и состояние массива, хранящего информацию о дисках на стержне, на который перемещается диск. Здесь также возможны три варианта:

```
выбор
при b = 1: кол1 := кол1 + 1 | Количество дисков на этом стержне
                           | увеличивается на 1
           | Значение нового элемента массива
           стержень1[кол1] := перемещается
при b = 2: кол2 := кол2 + 1
           стержень2[кол2] := перемещается
иначе кол3 := кол3 + 1
      стержень3[кол3] := перемещается
все
```

Итак, процедура, формирующая порядок перемещения дисков и моделирующая изменение количества элементов массивов и их значения:

```
алг Вывод_диаметров_дисков_и_номеров_стержней(арг цел  $n$ ,  $a$ ,  $b$ )
нач
  если  $n > 0$ 
  то
    | Перемещаем  $n - 1$  дисков со стержня  $a$  на вспомогательный
    Вывод_диаметров_дисков_и_номеров_стержней( $n - 1$ ,  $a$ ,  $6 - a - b$ )
    | Выводим информацию о перемещении дисков
    выбор
      при  $a = 1$ :
        ... (см. выше)
    все
    выбор
      при  $b = 1$ :
        ... (см. выше)
    все
    | Перемещаем  $n - 1$  дисков со вспомогательного стержня
    Вывод_диаметров_дисков_и_номеров_стержней( $n - 1$ ,  $6 - a - b$ ,  $b$ )
  все
кон
```

Начальная часть программы:

```
| Глобальные переменные
цел  $n$ ,  $кол1$ ,  $кол2$ ,  $кол3$ 
цел таб стержень1[1 : 20], стержень2[1 : 20], стержень3[1 : 20]

алг Ханойская_башня_3 | Решение с выводом номеров дисков,
                        | перемещаемых при решении задачи,
                        | и номеров стержней

нач цел  $i$ 
  | Ввод количества дисков
  вывод нс, "Введите количество дисков "
  ввод  $n$ 
  | Размещаем соответствующее количество дисков
  | соответствующего размера
  нц для  $i$  от 1 до  $n$ 
    стержень1[ $i$ ] :=  $2 * (n - i + 1)$ 
  кц
  | Выводим размеры дисков на первом стержне
  вывод нс, "На стержне 1 размещены диски диаметром: "
  нц для  $i$  от 1 до  $кол1$ 
    вывод стержень1[ $i$ ], " "
  кц
  | Вызываем рекурсивную процедуру Ханойские_башни
  Ханойские_башни ( $n$ , 1, 2)
  | Для контроля правильности работы программы
  | выводим размеры дисков на втором стержне
  вывод нс, "На стержне 2 размещены диски диаметром: "
  нц для  $i$  от 1 до  $кол2$ 
    вывод стержень2[ $i$ ], " "
  кц
кон
```

При  $n = 3$  при выполнении программы на экран будут выводиться следующие сообщения:

Перемещается диск диаметром 2 со стержня 1 на стержень 2  
 Перемещается диск диаметром 4 со стержня 1 на стержень 3  
 Перемещается диск диаметром 2 со стержня 2 на стержень 3  
 Перемещается диск диаметром 6 со стержня 1 на стержень 2  
 Перемещается диск диаметром 2 со стержня 3 на стержень 1  
 Перемещается диск диаметром 4 со стержня 3 на стержень 2  
 Перемещается диск диаметром 2 со стержня 1 на стержень 2

А причём тут «заброшенные<sup>6</sup> Ханойские башни», который фигурирует в названии данной статьи? «Заброшенными башнями» будем называть два или три стержня, на которых диски расположены в порядке увеличения их размеров (при просмотре сверху вниз), причём все диски имеют разные диаметры (рис. 5–6). Разработаем программу, которая разрабатывает алгоритм объединения всех дисков на одном из стержней при соблюдении всех правил, связанных с Ханойской башней.

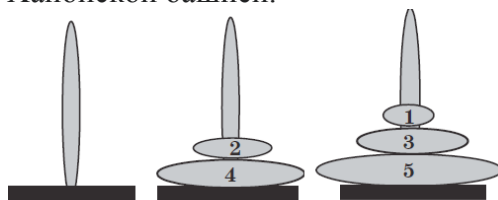


Рис. 5

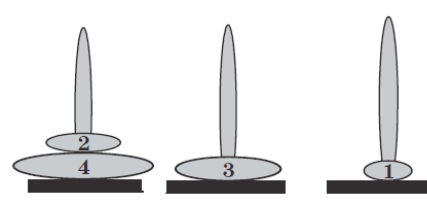


Рис. 6

Начнем со случая, когда «заброшенных» стержней (башен) – два. Пусть это стержни с номерами 1 и 2.

Можно рассуждать так. Если верхний диск на стержне 2 больше верхнего диска на стержне 1, как, например, на рис. 7, то мы можем переложить на стержень 2 какое число верхних дисков со стержня 1, используя третий стержень как вспомогательный (это классическая задача, решать которую мы уже умеем – см. процедуру Ханойская\_башня\_3). Какие это диски? – Те, которые меньше верхнего диска на стержне 2. Обозначим их количество `сколько1`.

Далее. Размер верхнего диска на стержне 2 записан в массиве `стержень2` в элементе с индексом `кол2` (текущее количество дисков на стержне 2). Поэтому фрагмент, связанный с расчётом значения `сколько1`, может быть оформлена так:

```

сколько1 := 0
i := кол1 | Начинаем сравнение размеров с верхнего диска стержня 1
нц пока i > 0 и стержень1[i] < стержень2[кол2] | Пока можно
                                                    | перекладывать диски
    сколько1 := сколько1 + 1
    | Переходим к диску, лежащему ниже
    i := i - 1
кц

```

Обратим внимание на условие  $i > 0$  в операторе цикла с предусловием (в цикле **пока**). Оно записано потому, что на стержне 1 *все* диски могут быть *меньше* верхнего диска на стержне 2, и тогда значение  $i$  станет равно 0, а в массиве нет элемента с номером 0.

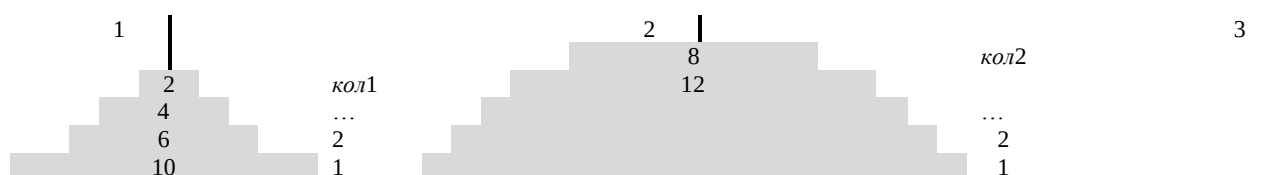


Рис. 7

<sup>6</sup> Название предложено авторами книги [1].

Если же верхний диск на стержне 2 меньше верхнего диска на стержне 1, то мы можем переложить на стержень 1 какое число верхних дисков со стержня 2, также действуя согласно процедуре Вывод\_диаметров\_дисков\_и\_номеров\_стержней.

Значит, действия по сравнению размеров верхних дисков и по перекладыванию с одного стержня на другой можно оформить в виде:

```
если стержень1[кол1] < стержень2[кол2]
то | Перекладываем диски с 1-го стержня на 2-й
   | Определяем количество перемещаемых дисков
   сколько1 := 0
   i := кол1
   нц пока i > 0 и стержень1[i] < стержень2[кол2]
       сколько1 := сколько1 + 1
       i := i - 1
   кц
   | Перемещаем сколько1 дисков со стержня 1 на стержень 2
   Вывод_диаметров_дисков_и_номеров_стержней(сколько1, 1, 2)
иначе | Перекладываем диски с 2-го стержня на 1-й
   сколько2 := 0
   i := кол2
   нц пока i > 0 и стержень2[кол2] < стержень1[кол1]
       сколько2 := сколько2 + 1
       i := i - 1
   кц
   | Перемещаем сколько2 дисков со стержня 2 на стержень 1
   Вывод_диаметров_дисков_и_номеров_стержней(сколько2, 2, 1)
все
```

Будет ли решена задача после этого? В общем случае – нет, конечно. Нужно такое сравнение и перемещение дисков проводить, пока на обоих стержнях есть хотя один диск. Если на каком-то стержне дисков не окажется, то все действия надо прекратить. Значит, процедуру, которая объединяет диски с двух стержней, можно записать в виде:

```
алг Сбор_дисков_с_двух_стержней_1_и_2
нач цел i
нц пока кол1 > 0 и кол2 > 0
    если стержень1[кол1] < стержень2[кол2]
        то | Перекладываем диски с 1-го стержня на 2-й
            ... (см. чуть выше)
    все
кц
кон
```

Осталось обсудить вопрос размещения дисков разного диаметра на стержнях 1 и 2 в начальном положении. Для рассмотрения различных вариантов размещения удобно заполнить массивы стержень1 и стержень2 следующим образом:

1) использовать массив вспом\_массив из  $n$  элементов и заполнить его так, как заполнялся массив стержень1 в процедуре Ханойская\_башня\_3;

2) записать эти  $n$  значений в два массива (стержень1 и стержень2). Номер массива, в который будет записываться то или иное значение, будем выбирать случайным образом с помощью стандартной функции школьного алгоритмического языка irand. По мере записи значений в эти массивы будет подсчитываться количество фактическое количество элементов в массивах стержень1 и стержень2 (фактическое количество дисков на том или ином стержне). Напомним, что эти количества имеют имена кол1 и кол2).

Вся процедура, моделирующая начальное размещение дисков на стержнях 1 и 2, имеет вид:

```
алг Размещение_дисков_на_двух_стержнях_1_и_2
нач цел таб вспом_массив[1 : n], цел номер_массива, i
    | Заполняем массив вспом_массив
    нц для i от 1 до n
        вспом_массив[i] := 2 * (n - i + 1)
    кц
    | Записываем в два массива
    кол1 := 0
    кол2 := 0
    нц для i от 1 до n
        номер_массива := irand(1, 2) | Случайное целое число (1 или 2)7
        если номер_массива = 1
            то
                | Очередной элемент массива стержень1
                кол1 := кол1 + 1
                | Его значение
                стержень1[кол1] := вспом_массив[i]
            иначе
                кол2 := кол2 + 1
                стержень2[кол2] := вспом_массив[i]
        все
    кц
кон
```

Вся программа:

```
| Глобальные переменные
цел n, кол1, кол2, кол3
цел таб стержень1[1 : 20], стержень2[1 : 20], стержень3[1 : 20]

алг Две_заброшенные_башни
нач цел i
    | Ввод количества дисков
    вывод нс, "Введите количество дисков "
    ввод n
    Размещение_дисков_на_двух_стержнях_1_и_2
    | Выводим состояния массивов
    вывод нс, "На стержне 1 размещены диски диаметром: "
    нц для i от 1 до кол1
        вывод стержень1[i], " "
    кц
    вывод нс, "На стержне 2 размещены диски диаметром: "
    нц для i от 1 до кол2
        вывод стержень2[i], " "
    кц
    | На третьем стержне пока дисков нет
    кол3 := 0
    | Собираем диски
    Сбор_дисков_с_двух_стержней_1_и_2
    | Выводим собранные диски
    | только со стержня, где они есть
    если кол1 > 0
        то
            вывод нс, "Все диски собраны на стержне 1: "
```

---

<sup>7</sup> О том, как получить случайное целое число в программе на языке программирования, который вы изучаете, узнайте самостоятельно.

```

        нц для i от 1 до кол1
            вывод стержень1[i], " "
        кц
    все
    если кол2 > 0
        то
            вывод нс, "Все диски собраны на стержне 2: "
            нц для i от 1 до кол2
                вывод стержень2[i], " "
            кц
        все
    кон

```

Предлагаем читателям ответить на вопрос: «На каком стержне (1 или 2) всегда будут собраны все диски?»

### Другие задания для самостоятельной работы

1. Разработайте две программы (на языке программирования, который изучаете), моделирующие размещение  $n$  дисков:

- на стержнях 2 и 3;
- на стержнях 1 и 3.

*Примечание.* Во второй программе возможное значение переменной номер\_массива = 1 не должно учитываться, но должны быть распределены все  $n$  дисков. Это значит, что должен использоваться оператор цикла с условием:

```

нц пока общее количество распределённых значений диаметров < n
...

```

2. Разработайте две программы для сбора дисков:

- со стержней 2 и 3;
- со стержней 1 и 3.

3. Разработайте программу, моделирующую размещение  $n$  дисков на трёх стержнях (она понадобится при решении задачи о трёх «заброшенных» Ханойских башнях, которую мы обсудим в одном из будущих выпусков нашего журнала).

### Литература

1. Окулов С.М., Лялин А.В. Ханойские башни. М.: Лаборатория знаний, 2018.

**Внимание! Конкурс!**

## Конкурс № 53

Если число 3400 записать в двоичной системе счисления, получится такое число:

110101001000

В его записи участвуют всего две цифры. Но их неодинаковое количество (нулей больше, чем единиц). Найдите две такие системы счисления, что в каждой из них число 3400 выражается также при помощи только двух цифр, причём в равных количествах<sup>8</sup>.

Ответы присылайте в редакцию.

Укажите в письме свои фамилию и имя, населенный пункт, номер школы и фамилию, имя и отчество учителя информатики. Срок представления ответов — **30 ноября 2022 г.**

<sup>8</sup> Задачу предложил Л. А. Штейнгарц, Израиль.

## История «Ханойской башни»

Д.М. Златопольский

Головоломка «Ханойская башня» появилась во Франции в 1883 году и выглядела так, как показано на фотографии (рис. 1):

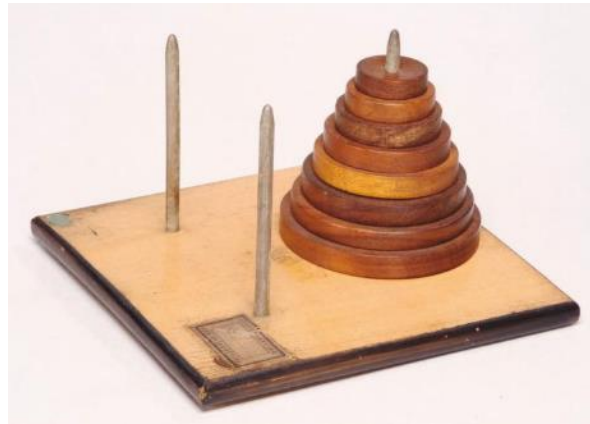


Рис. 1

Листовка, продававшаяся вместе с головоломкой (как бы мы сказали сейчас, — «инструкция по использованию»), имела вид:

### LA TOUR D'HANOÏ

VERITABLE CASSE-TÊTE ANNAMITE

JEU RAPPORTÉ DU TONKIN

PAR LE PROFESSEUR N. CLAUS (DE SIAM)

Mandarin du Collège Li-Sou-Sien

Ce jeu inédit a été trouvé, pour la première fois, dans les écrits de l'illustre Mandarin FER-FER-TAM-TAM, qui seront publiés, plus ou moins prochainement, suivant les ordres du gouvernement chinois.

La TOUR D'HANOÏ se compose d'étages superposés et décroissants, en nombre variable, que nous avons représentés par huit pièces en bois, posées à leur centre. Au Japon, en Chine, au Tonkin, on les fait en porcelaine.

Le jeu consiste à démolir la tour, étage par étage, et à la reconstruire dans un lieu voisin conformément aux règles indiquées.

Amusant et instructif, facile à apprendre et à jouer, à la ville, à la campagne, en voyage, il a pour but la vulgarisation des sciences, comme tous les autres jeux curieux et inédits du professeur N. CLAUS (DE SIAM).

Nous pourrions offrir une prime de dix mille francs, de cent mille francs, d'un million de francs, et plus encore, à celui qui réussirait, à la main, le transport de la Tour d'Hanoï, à soixante-quatre étages, conformément aux règles du jeu. Nous dirons, tout de suite, qu'il faudrait exécuter successivement le nombre de déplacements

18 446 744 074 709 551 615,

ce qui exigerait plus de cinq millions de siècles!

D'après une vieille légende indienne, les brahmes se succédèrent depuis bien longtemps, sur les marches du temple, dans le Temple de Bénarès, pour exécuter le déplacement de la Tour Noire, de Benares, aux soixante-quatre étages on ne fin, garnis de diamants de Colombie. Quand tout sera fini, la Tour et les brahmes tomberont, et ce sera la fin du monde!

PARIS, PÉKIN, YÉDO et SAÏGON

Chez les Libraires et marchands de nouveautés.

1883

Tous droits réservés.

### Règles et pratique du Jeu de la TOUR D'HANOÏ

On dispose la tablette horizontalement; on pose les trois disques de bois en haut, dans les trous de la tablette. Puis, on superpose les huit pièces ou étages, dans l'ordre décroissant de la base au sommet; on a construit la Tour.

Le jeu consiste à déplacer celle-ci, en enfilant les étages sur un autre clou et en ne déplaçant qu'un seul étage à la fois, conformément aux règles suivantes:

I. — Après chaque coup, les étages seront toujours enfilés sur un, deux, ou trois clous, suivant l'ordre décroissant de la base au sommet.

II. — On peut enlever l'étage supérieur d'une des trois piles d'étages, pour l'enfiler dans un clou n'ayant aucun étage.

III. — On peut enlever l'étage supérieur d'une des trois piles, et le placer sur une autre pile, à la condition expresse que l'étage supérieur de celle-ci soit plus grand.

Le jeu s'apprend facilement seul, en résolvant d'abord le problème pour 3, 4, 5 étages.

Le jeu est toujours possible et demande deux fois plus de temps chaque fois que l'on ajoute un étage à la tour. Si l'on sait résoudre le problème pour huit étages, par exemple, en transportant la tour du clou n° 1 au clou n° 2, on saura le résoudre pour neuf étages. On transporte d'abord les huit étages supérieurs sur le clou n° 3; puis le neuvième étage sur le clou n° 2; enfin on reportera les huit étages du clou n° 3 sur le clou n° 2. Bien, en augmentant la tour d'un étage, le nombre des déplacements est doublé plus ou, après le jeu précédent.

| Pour une tour de deux étages, il faut trois coups, en six coups; |   | sept, en dix coups; |                      |
|------------------------------------------------------------------|---|---------------------|----------------------|
| — deux                                                           | — | — sept              | —                    |
| — trois                                                          | — | — quinze            | —                    |
| — quatre                                                         | — | —                   | —                    |
| — 5                                                              | — | — 35                | —                    |
| — 6                                                              | — | — 63                | —                    |
| — 7                                                              | — | — 127               | —                    |
| — 8                                                              | — | — 255               | — et ainsi de suite. |

A un coup par seconde, il faut plus de quatre minutes pour déplacer la tour de huit étages.

**Variations du jeu.** — On varie, à l'infini, les conditions du problème de la tour d'Hanoï, comme il est. Au début, on enfile les étages, d'une manière quelconque, sur un, deux ou trois clous. Il faut reconstruire la tour sur l'un des clous, désigné à l'avance. Pour six étages le nombre des dispositions initiales est, évidemment, il a plus de cinquante chiffres.

Pour plus de détails, consulter l'ouvrage suivant au chapitre du hagiographe:

### RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES

Par M. EDOUARD LUCAS, professeur de mathématiques spéciales au lycée Saint-Louis

Une édition parue en 1906, chez les mêmes éditeurs.

Paris, 1883, chez MATHÉRIE VILLIERS, successeur-directeur de l'Académie des sciences et de l'École Polytechnique, 25, rue des Écoles, 25.

100 pages, 16 pages, avec 100 figures, 3, 5, 10 fr.

Лицевая сторона листовки

Оборотная сторона листовки

Рис. 2

Заголовок листовки гласит: «Настоящая аннамская<sup>9</sup> головоломка, привезенная из Тонкина<sup>10</sup> профессором Н. Клаусом (из Сиама<sup>11</sup>), преподавателем<sup>12</sup> колледжа Ли-Су-Тиан». Говорится, что эта оригинальная игра была впервые обнаружена в трудах прославленного мандарина (см. сноску 4) ФЕР-ФЕР-ТАМ-ТАМ, которые в ближайшее время будут опубликованы по указанию правительства Китая. Приводится описание головоломки и указывается, что в Японии, Китае и Тонкине в ней используются фарфоровые диски. В тексте ещё раз упоминается «Н. Клаус (из Сиама)».

В конце лицевой стороны листовки говорится о том, что согласно древней индийской легенде, жрецы храма в индийском городе Бенаресе непрерывно следовали друг за другом, перемещая<sup>13</sup> Священную башню бога Брахмы с 64 дисками из чистого золота, украшенными бриллиантами. Когда последний диск будет перенесен, «башня и жрецы падут, и миру придёт конец!» (примерный понятный нам аналог — «наступит конец света»).

На коробке с головоломкой была размещена картинка (см. рис. 3):



Рис. 3

Во всех современных источниках говорится о том, что головоломку «Ханойская башня» придумал французский математик Эдуард Люка (1842–1891). Но когда и как это стало известно? Ведь ещё долго её авторство приписывалось Н. Клаусу.

То, что это имело место в газетных и журнальных публикациях сразу после появления головоломки, конечно, объяснимо. Удивительно, что и сам Люка, описывая головоломку в ряде своих трудов в 80-х годах XIX века, не указывал себя в качестве её автора. Интересно также, что впервые раздел «Ханойская башня» был представлен в издании 1893 года его книги «Занимательная математика», выпущенном через два года после смерти учёного, да и то с вступлением автора: «Один из моих друзей, профессор Н. Клаус ...».

Почему же всё-таки Люка?

Первым, кто попытался узнать, кто «скрывается» под именем человека с «европейской» фамилией Клаус из Сиама, публикующего труды китайского ученого ФЕР-ФЕР-ТАМ-ТАМ'а с описанием аннамской головоломки и рассказывающего о её использовании в Японии, Китае и Тонкине, был французский журналист, историк науки и её популяризатор Анри де Парвиль. В марте 1884 года он опубликовал в журнале «La Nature» в разделе «Занимательная математика» статью «Ханойская башня и Тонкинский вопрос». В ней он связал особенности

<sup>9</sup> В XIX веке — колониальное владение Франции, существовавшее на территории центральной и южной частях нынешнего Вьетнама.

<sup>10</sup> То же, в северной части Вьетнама.

<sup>11</sup> Нынешний Таиланд.

<sup>12</sup> В оригинале написано слово «mandarin» (мандарин — данное португальцами название чиновников в императорском Китае, позднее также в Корее и Вьетнаме).

<sup>13</sup> Имелось в виду по правилам, перечисленным выше.



головоломки с трудами профессора Э.Люка из лицея Сен-Луи и написал, что если переставить буквы в имени человека, подготовившего листовку к головоломке, — «N. Claus (de Siam), mandarin du college Li-Sou-Stain», то можно получить: «Lucas d'Amiens, professeur du lycée Saint-Louis» (Люка д'Амьен, профессор лицея Сан-Луи).

К этому мы можем добавить еще два момента:

1) в конце инструкции к головоломке ее автор (Н. Клаус) приводит ссылку на книгу Люка «Занимательная математика», то есть, выражаясь современным языком, «делает рекламу» книге ученого;

2) у человека, сидящего у основания башни на картинке на рис. 3, есть татуировка на животе: «A.U», а Люка имел звание «Agrége de l'université» (которое можно перевести как «ассоциированный с университетом»<sup>14</sup>), что давало ему право преподавать в высших учебных заведениях.

И еще один, наверное — самый весомый, довод в пользу того, кто на самом деле изобрел «Ханойскую башню» и долгое время скрывался под именем загадочного «профессора Клауса», — это записка в коробке с сохранившимся оригинальным экземпляром головоломки, хранящемся в Музее искусств и ремесел в Париже:

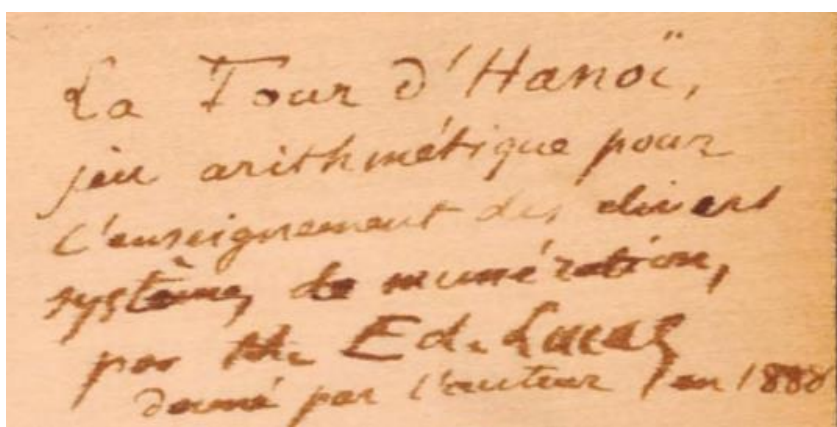


Рис. 4

Текст в ней, скорее всего, сделанный Эдуардом Люка: «Ханойская башня, арифметическая игра ... изобретенная Эд. Люка. Предоставлена автором. 1888 г.»...

#### **Дополнение «Когда наступит конец света?»**

Читатель, решивший головоломку, например, с тремя дисками, установит, что общее число перекладываний составляет 7. При 64 дисках (как в древнеиндийской легенде) это число равно  $2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$ , то есть больше 18 квинтиллионов. Даже если жрецы будут перемещать диски с нечеловеческой скоростью 1 диск в секунду, то им потребуется более 500 миллиардов лет. Так что волноваться — не надо ☺...

---

<sup>14</sup> В настоящее время «ассоциированный профессор» — научно-преподавательская должность (звание) в некоторых зарубежных странах, сопоставимая с должностью (званием) доцента в образовательной системе России.

## Кто когда отдыхал?

В течение 2018–2021 годов инженеры Еремин, Фоменко, Деметрадзе и Бабаян получали очередные отпуска в мае, июне, июле и августе. Причем если один из них отдыхал в мае, то другой — в июне, третий — в июле, а четвертый — в августе. Каждый из инженеров получал отпуск в разное время.

Так, в 2018 году Деметрадзе отдыхал в июле, в 2019 Деметрадзе отдыхал в августе, а Еремин — в мае. В 2020 году Бабаян отдыхал в июне, а Фоменко в 2021 — в июле. Требуется узнать время отдыха каждого инженера в каждом году.

## Числа-палиндромы. Задача 2<sup>15</sup>

Некоторые десятичные числа  $X$ , большие 10 и не превышающее 20, являются палиндромами в двух различных системах счисления (число-палиндром — это число, одинаково читаемое как слева направо, так и справа налево, например,  $707_8$ ,  $2112_4$ ,  $55_9$  и т. п.). Какие это числа? В каких системах счисления они являются палиндромами?

## Дедушка и внучка<sup>16</sup>

Дедушке с его внучкой вместе 91 год. Дедушке столько лет, сколько месяцев внучке. Какой возраст у дедушки и какой у внучки?

Ответ должен быть обоснован!



Постарайтесь решить задачу двумя способами:

- 1) при помощи уравнения;
- 2) без использования уравнений.

## Найти длину кратчайшего пути

Между населёнными пунктами А, В, С, D, Е построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице:

|   | А | В | С | D | Е |
|---|---|---|---|---|---|
| А |   | 1 |   |   |   |
| В | 1 |   | 2 | 2 | 7 |
| С |   | 2 |   |   | 3 |
| D |   | 2 |   |   | 4 |
| Е |   | 7 | 3 | 4 |   |

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и Е. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице.

<sup>15</sup> Задачу 1 — см. в предыдущем выпуске нашего журнала.

<sup>16</sup> Задача предназначена для учеников 1–7-х классов. Автор задачи Л. А. Штейнгарц, Израиль.

## Методики перевода целых чисел из десятичной системы счисления в другие системы

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием  $p$  следует разделить нацело на  $p$  исходное число, а затем все промежуточные частные, выписывая при этом получающиеся остатки, до тех пор, пока частное не станет меньше  $p$ . Результат получается выписыванием последнего частного и всех остатков в обратном порядке. Например, при переводе числа 13 в двоичную систему:

$$\begin{array}{r}
 13 \overline{) 2} \\
 \underline{10} \phantom{0} \\
 3 \phantom{0} \overline{) 2} \\
 \underline{2} \phantom{0} \\
 1 \phantom{0} \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 0 \phantom{0} \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}$$

Результат равен  $1101_2$  (цифры результата выделены полужирным начертанием)<sup>17</sup>.  
При переводе числа 148 в пятеричную систему имеем:

$$\begin{array}{r}
 148 \overline{) 5} \\
 \underline{145} \phantom{0} \\
 3 \phantom{0} \overline{) 29} \\
 \underline{25} \phantom{0} \\
 4 \phantom{0} \overline{) 55} \\
 \underline{50} \phantom{0} \\
 5 \phantom{0} \overline{) 1} \\
 \underline{0}
 \end{array}$$

Результат равен  $1043_5$ .

В случаях, когда  $p > 10$ , остаток может быть двузначным и должен быть заменен на соответствующую цифру  $p$ -ичной системы. Например,  $123_{10} = 7B_{16}$ .

Можно также описанный метод сформулировать так: «Для перевода десятичного числа в систему счисления с основанием  $p$  следует разделить нацело на  $p$  исходное число, а затем все промежуточные частные, выписывая при этом получающиеся остатки, до тех пор, пока частное не станет равно нулю. Результат получается выписыванием всех остатков в обратном порядке».

Описанный метод перевода чисел (в двух рассмотренных вариантах) называется «метод последовательного деления на основание». Возможен и другой метод — метод выделения наибольшей степени числа  $p$ . Проиллюстрируем этот метод на примере перевода числа 91 в двоичную систему. Составив и проанализировав таблицу степеней двойки, можно установить, что максимальная степени числа 2, не превосходящая 91, равна 64 ( $2^6$ ). Значит, двоичная запись числа 91 будет состоять из семи цифр (первая слева цифра, естественно, — 1). Для нахождения второй слева цифры надо найти остаток от деления 91 на 64, что в данном случае можно сделать, вычтя 64 из 91. Так как 27 меньше, чем следующая после 64 в сторону уменьшения степень двойки — 32, то следующая двоичная цифра — 0, а остаток не изменился. Для следующей степени (16) имеем:  $27 > 16$ , то есть третья слева цифра равна 1, а остаток —  $27 - 16 = 11$ . Продолжая аналогичные расчеты, получим, что  $91_{10} = 1011011_2$ .

Если нумерацию разрядов двоичного числа вести справа налево, то можно также сказать, что в двоичной записи числа  $N$  единицы должны быть записаны в тех разрядах, номера

<sup>17</sup> Здесь и далее в виде нижнего индекса указывается основание системы счисления, в которой представлено число.

которых на 1 больше, чем показатели степеней двойки для чисел, которые «участвуют» в наборе суммы  $N$  (остальные цифры равны нулю<sup>18</sup>).

Заметим, что преимуществом метода выделения наибольшей степени числа  $p$  является естественный порядок записи получающихся при расчетах  $p$ -ичных цифр (слева направо), что бывает важно при программировании — очередная полученная цифра сразу же может выводиться на экран, принтер и т. п. При использовании метода последовательного деления на основание необходимо сначала запомнить все цифры (например, в массиве) для последующей распечатки результата в порядке, обратном их получению. Но для применения метода выделения наибольшей степени числа  $p$  надо знать все степени  $p$ , не превосходящие заданное число.

В рубрике «Microsoft Excel углубленно» описана методика оформления листа программы — электронной таблицы для перевода целых чисел из десятичной системы в двоичную. Программы, осуществляющие перевод чисел из десятичной системы в систему счисления с основанием 2–9, и методика их разработки приведены в выпуске № 49 нашего журнала (октябрь 2020 г.).

### Задания для самостоятельной работы

1. Переведите заданные числа из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления.

- а) 100;
- б) 281;

2. Переведите заданные числа из десятичной системы счисления в троичную систему счисления.

- а) 95;
- б) 141.

## Microsoft Excel углубленно

### Перевод целых десятичных чисел в двоичную систему средствами электронной таблицы

Оформим лист программы Microsoft Excel, на котором можно переводить из десятичной системы в двоичную целые числа, используя метод деления на основание (см. предыдущую статью).

Лист будет иметь следующий вид:

|   | A                                  | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Введите число из интервала 128-255 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2 |                                    |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3 | Меняющееся число                   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 4 | Цифры (в обратном порядке)         |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 5 |                                    |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 6 | Соответствующее двоичное число     |   |   |   |   |   |   |   |   |

Обратим внимание на текст в ячейке A1 — он ограничивает десятичные числа (почему именно так — будет объяснено чуть ниже).

<sup>18</sup> При переводе в систему счисления с основанием  $p > 2$  следует иметь в виду, что возможны и другие цифры.

Напомним, что для перевода в двоичную систему следует разделить нацело на 2 исходное число, а затем все промежуточные частные, выписывая при этом получающиеся остатки, до тех пор, пока частное не станет равно нулю. Результат получается выписыванием всех остатков в обратном порядке.

Теперь о формулах, с помощью которых можно решить поставленную задачу. Можно не вводить их вручную во все 17 ячеек (диапазоны В3:І3 и В4:І4 и ячейка В6), а использовать то, что строках 3 и 4 многие формулы используют так называемые «относительные адреса/ссылки») и их можно копировать.

Например:

- в ячейке В3 формула: В1 (используем заданное число);
- в ячейке В4: =ОСТАТ(В3;2);
- в ячейке С3: =ЦЕЛОЕ(В3/2) (целочисленное частное от деления меняющегося числа на 2);
- в ячейках диапазона D3:І3 формулы можно получить, скопировав формулу в ячейке С3 и распространив (скопировав) её в указанные ячейки.
- в ячейках диапазона С4:І4 формулы также можно получить, скопировав формулу в ячейке В4.

В результате лист примет вид:

|   | A                                  | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Введите число из интервала 128-255 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2 |                                    |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3 | Меняющееся число                   | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | Цифры (в обратном порядке)         | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 |                                    |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 6 | Соответствующее двоичное число     |   |   |   |   |   |   |   |   |

а после ввода, например, числа 171, следующий вид:

|   | A                                  | B        | C  | D  | E  | F  | G | H | I |
|---|------------------------------------|----------|----|----|----|----|---|---|---|
| 1 | Введите число из интервала 128-255 | 171      |    |    |    |    |   |   |   |
| 2 |                                    |          |    |    |    |    |   |   |   |
| 3 | Меняющееся число                   | 171      | 85 | 42 | 21 | 10 | 5 | 2 | 1 |
| 4 | Цифры (в обратном порядке)         | 1        | 1  | 0  | 1  | 0  | 1 | 0 | 1 |
| 5 |                                    |          |    |    |    |    |   |   |   |
| 6 | Соответствующее двоичное число     | 10101011 |    |    |    |    |   |   |   |

Соответствующее двоичное число (цифры строке 4 справа налево: 10101011.

А можно ли получить их, не выписывая справа налево, а с помощью формулы? — Можно. Для этого следует использовать функцию СЦЕПИТЬ, которая «сцепляет», «склеивает» значения, указанные в виде её аргументов. В данном случае она имеет вид:

=СЦЕПИТЬ(І4;Н4;G4;F4;E4;D4;C4;B4)

Если меньше 128, то в конце строки 4 (то есть и в начале двоичной записи) будут нули (убедитесь в этом!), что, конечно, нас не устраивает.

Этот недостаток можно устранить, используя функцию ЕСЛИ. Цифры в строке 4 рассчитывать и выводить только если в соответствующей ячейке строки 3 число больше нуля, в противном случае — выводить «пустое» значение ("").

Соответствующая формула в ячейке В4: =ЕСЛИ(В3>0; ОСТАТ(В3;2); "")

Её также можно распространить (скопировать) на ячейки диапазона С4:І4.

В этом случае начальные нули выводиться не будут, и мы можем сделать наш лист более универсальным — с его помощью можно переводить из десятичной системы в двоичную любые числа, не большие 255:

|   | A                              | B      | C  | D  | E | F | G | H | I |
|---|--------------------------------|--------|----|----|---|---|---|---|---|
| 1 | Введите число, не большее 255  | 55     |    |    |   |   |   |   |   |
| 2 |                                |        |    |    |   |   |   |   |   |
| 3 | Меняющее число                 | 55     | 27 | 13 | 6 | 3 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | Цифры (в обратном порядке)     | 1      | 1  | 1  | 0 | 1 | 1 |   |   |
| 5 |                                |        |    |    |   |   |   |   |   |
| 6 | Соответствующее двоичное число | 110111 |    |    |   |   |   |   |   |

### Задания для самостоятельной работы

1. Оформите лист для перевода из десятичной системы в троичную целых чисел из интервала 0–242.

2. Оформите лист для перевода из десятичной системы в систему счисления с основанием 2, 3, ..., 9 целых чисел.

*Указания по выполнению*

- основание системы счисления должно вводиться в ячейку B2;
- принять, что число-результат будет не более, чем 8-значным.

Результаты присылайте в редакцию. Фамилии всех приславших будут опубликованы, а авторы лучших результатов будут награждены дипломами.

## Логика

### Две задачи

Для какого из приведённых значений числа  $X$  истинно высказывание:  $(X < 8) \text{ И } \text{НЕ}(X < 7)$ ?

- 1) 9
- 2) 8
- 3) 7
- 4) 6

2. Для какого из приведённых значений числа  $X$  ложно высказывание:  $\text{НЕ}(X < 7) \text{ ИЛИ } (X < 6)$ ?

- 1) 4
- 2) 5
- 3) 6
- 4) 7

## Поиск информации

### Вопрос

Какое важное событие в истории автомобилестроения произошло на автосалоне в американском городе Чикаго в 1939 году?

## «Ханойские башни» и... двоичная система счисления

«Причём здесь двоичная система счисления?» — спросите вы. Дело в том, что, оказывается, последовательность перекладывания дисков со стержня на стержень может быть найдена при использовании именно этой системы.

Обозначим диски, начиная с самого маленького, соответственно 1, 2, 3, ...

Далее запишем в таблицу десятичные числа  $n$  от 1 до 7, переведённые в двоичную систему (рис. 1).

| $k$ | Цифры |   |   |
|-----|-------|---|---|
| 1   | 0     | 0 | 1 |
| 2   | 0     | 1 | 0 |
| 3   | 0     | 1 | 1 |
| 4   | 1     | 0 | 0 |
| 5   | 1     | 0 | 1 |
| 6   | 1     | 1 | 0 |
| 7   | 1     | 1 | 1 |

Рис. 1

Если обозначить разряды двоичных чисел, начиная с крайнего правого, соответственно 1, 2 и 3 (рис. 16.3), то последовательность перекладывания дисков, обеспечивающую решение головоломки при трёх дисках, можно получить следующим образом: при  $k$ -м ходе перекладывается тот из дисков, номер которого совпадает с номером разряда, в котором появляется «новая»<sup>19</sup> цифра 1 (см. рис. 2).

| $k$ | Цифры |   |   | Номер новой цифры | Перекладывается диск |
|-----|-------|---|---|-------------------|----------------------|
| 1   | 0     | 0 | 1 | 1                 | 1                    |
| 2   | 0     | 1 | 0 | 2                 | 2                    |
| 3   | 0     | 1 | 1 | 1                 | 1                    |
| 4   | 1     | 0 | 0 | 3                 | 3                    |
| 5   | 1     | 0 | 1 | 1                 | 1                    |
| 6   | 1     | 1 | 0 | 2                 | 2                    |
| 7   | 1     | 1 | 1 | 3                 | 1                    |
|     | 3     | 2 | 1 |                   |                      |

Рис. 2

Приведённая в последнем столбце таблицы последовательность перекладывания дисков, совпадает с последовательностью, полученной по программе для случая, когда количество дисков  $n = 3$ .

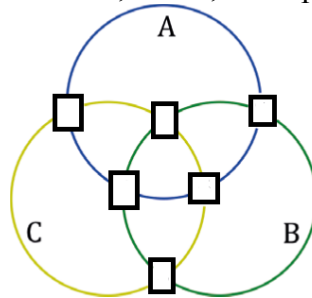
У внимательного читателя наверняка возник вопрос — а куда перекладывать самый маленький диск 1 при первом перемещении, ведь его можно разместить на любом из двух других стержней? (Для других дисков двух вариантов для размещения нет — убедитесь в этом!)

Имеется стратегия выбора хода, всегда приводящая к правильному решению: если общее число дисков нечётно, то последовательность перемещений наименьшего диска имеет вид  $I \rightarrow K \rightarrow P \rightarrow I \rightarrow K \rightarrow P \rightarrow \dots$  (где  $I$  — стержень, на котором диски находятся в исходном положении,  $K$  — стержень, на котором нужно собрать диски,  $P$  — оставшийся стержень), а если  $n$  чётно, то  $I \rightarrow P \rightarrow K \rightarrow I \rightarrow P \rightarrow K \rightarrow \dots$

<sup>19</sup> Можно также сказать — самая правая.

## Везде 14

Как нужно записать числа от 1 до 6 в прямоугольниках, чтобы сумма чисел, размещенных на каждой из окружностей А, В и С, была равна 14?



## Старые календарики

День рождения Мити – 26 октября, а его сестры Тани – 15 февраля. Ребята захотели узнать, на какие дни недели их дни рождения приходятся в 2023 году, однако, к сожалению, календари на 2023 год еще не изданы. Какие календари из папиной коллекции календариков за каждый из последних 20 лет (с 2003 года) они могут использовать, чтобы всё узнать? Будут ли среди них те, которые могут использовать для ответа и Митя, и Таня?

## Крест — накрест

Переставив буквы в строках приведённого ниже квадрата, получите слова, при этом в диагоналях квадрата соберутся еще два слова, связанные с информатикой и компьютерами, а также название ягоды, которую любят все программисты. Найдите все слова и дайте комментарии к ним.

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| П | А | С | И | З | Ь |
| Н | Е | П | А | Л | Ь |
| М | О | Н | Т | Е | Р |
| В | Е | Д | Р | О | Е |
| Н | А | Л | И | М | А |
| К | А | В | Р | А | П |

## Задачи Валерия Рубанцева (<http://rvgames.de/ru/index.htm>)

1. Какое наибольшее число можно сложить из четырёх спичек, не ломая их?
2. Если в некоторой системе счисления число **AB** — это десятичное число 171, в другой системе число **GA** — 282<sub>10</sub>, то:

- 1) какому десятичному числу соответствует число **ZERO**?
- 2) какому десятичному числу могут соответствовать числа **XEROX** и **YOGA**?

Ответы (можно не на все вопросы) присылайте в редакцию.

## Чему равен ПЕТУХ?

**КОРОВА = 2**  
**КУКУШКА = 4**

**СОБАКА = 3**  
**ПЕТУХ = ?**

Ответ, пожалуйста, обоснуйте.



## Ребусы по информатике

Решите, пожалуйста, четыре ребуса.

Ребус 1



Ребус 2



Ребус 3



Ребус 4

